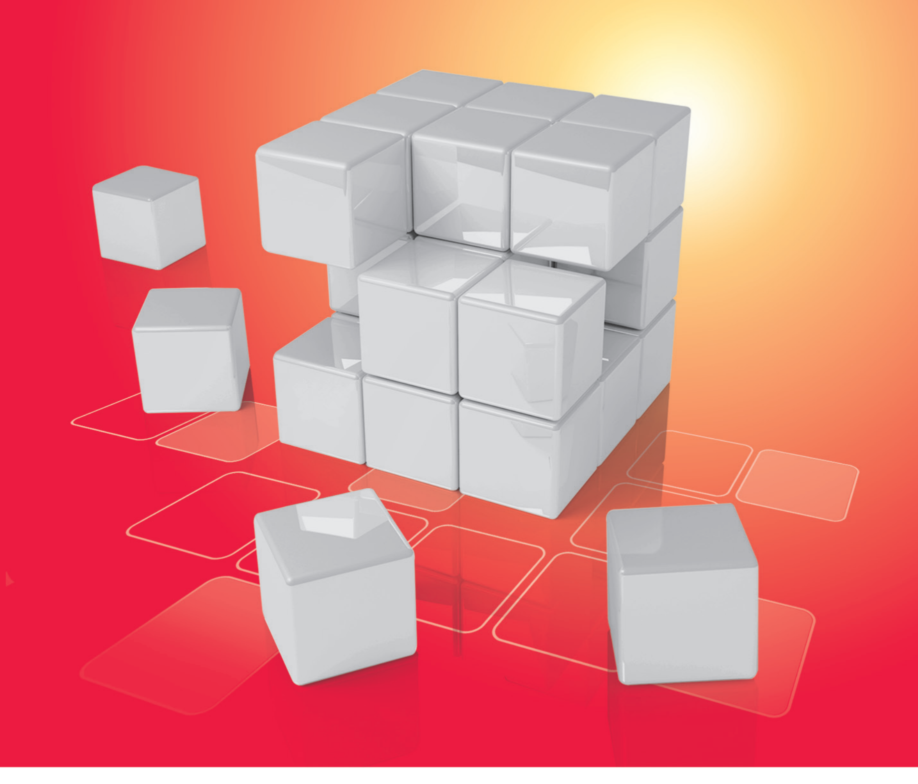
Geometría

Actividades







Contenido


Geometría
Unidad 1

RECUERDA

Apolonio de Pérgamo

Llamado el gran geómetra por su famoso libro *Secciones cónicas* que introdujo los términos: parábola, elipse e hipérbola y espiral. Nació hacia el 262 a. C. en Pérgamo, ahora Turquía, y murió en Alejandría, Egipto, sobre el 190 a. C.

De los tres grandes matemáticos del helenismo, Euclides, Arquímedes y Apolonio, este último ha sido el menos conocido a lo largo de los siglos.

Apolonio escribió unas cuantas obras más que se difundieron bastante en su entorno, una buena parte relativa a geometría, otras a campos de la física donde sus profundos conocimientos geométricos más pudieron aportar, como es el caso del estudio de la reflexión sobre espejos curvos, otras de astronomía, campo este en el que Apolonio ejerció una notable influencia, viniendo citado explícitamente por Tolomeo, autor del *Almagesto* como responsable de un importante teorema en la teoría de epiciclos.

Propuso y resolvió el problema de hallar las circunferencias tangentes a tres círculos dados, conocido como El problema de Apolonio. El problema aparece en su obra, hoy perdida, *Las tangencias* o *Los contactos*, conocida gracias a Pappus de Alejandría.

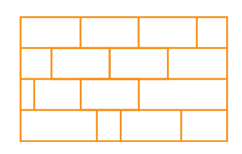
Respecto a sus obras, se han perdido muchas: *Reparto rápido*, en el que se enseñaban métodos rápidos de cálculo y se daba una aproximación del número π; *Secciones en una razón dada*, trataba sobre los problemas derivados de trazar una recta que pase por un punto dado y que corte a otras dos rectas dadas en segmentos; *Secciones en un área dada*, problema parecido al anterior, pero ahora se pide que los segmentos determinados por las intersecciones formen un rectángulo equivalente a otro; *Secciones determinadas*, dados cuatro puntos A, B, C, D, sobre una recta, encontrar un quinto punto P, tal que el rectángulo construido sobre AP y CP esté en una razón dada con el rectángulo construido sobre BP y DP; *Tangencias*, resuelve los problemas de construir una circunferencia tangente a tres elementos cualesquiera elegidos entre un punto, una recta y una circunferencia; *Lugares planos*, los griegos clasificaban las curvas en tres tipos: lugares planos, eran las rectas y las circunferencias; lugares sólidos, eran las secciones cónicas y lugares lineales el resto de las curvas; Inclinaciones, trataba del problema de trazar una circunferencia dada una cuerda de longitud dada pasando por un punto dado.

Reflexiona

- *Dicen que estar contento es estar feliz. Yo digo, estar sereno es más que estar feliz.*
- *Ennoblece la vida para que sea digna de vivirse; y erguido y sin desdeño contempla las miserias de la misma que no puedes evitar.*
- *La felicidad es un pedazo de cielo en el corazón y la serenidad es todo el cielo en el alma.*
- *La serenidad es la felicidad del alma y la alegría es la felicidad del cuerpo.*

¡Razona...!

¿Cuántos cuadriláteros hay en la siguiente figura?



A) 40 B) 41 C) 45
D) 46 E) 43



Aplicamos lo aprendido

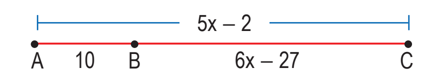


TEMA 1: SEGMENTOS

1 Sean los puntos colineales y consecutivos A, B, C, D y E; B es punto medio de $\overline{AC}$ y D es punto medio de $\overline{BE}$. Halla DE, si AC + 2CE = 36.

A) 12 B) 10 C) 8
D) 15 E) 9

2 De la figura, calcula x.



A) 12 B) 16 C) 18
D) 15 E) 17

3 Sobre una recta se dan los puntos consecutivos A, B, C y D. Halla BC, si AB = 2, CD = 3 y $\frac{1}{AB}+\frac{1}{AD}=\frac{2}{AC}$.

A) 3 B) 2 C) 1
D) 4 E) 5

4 En la figura mostrada, $\overline{AB}$ = 4 y AC = 14. Calcula la distancia de A al punto medio de $\overline{BC}$.

A) 10 B) 9 C) 8
D) 6 E) 7

5 Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C, D, E y F, tal que:

AC + BD + CE + DF = 42 y $\frac{BE}{AF}=\frac{5}{9}$

Calcula BE.

A) 15 B) 16 C) 17
D) 14 E) 13

6 Sobre una recta se tienen los puntos consecutivos A, B y C, tal que 7AB = 8BC y AC = 60. Calcula BC.

A) 23 B) 27 C) 28
D) 26 E) 35

7 En una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C, D y E, de modo que B es punto medio de $\overline{AC}$, C es punto medio de $\overline{AD}$ y D es punto medio de $\overline{AE}$. Calcula AE, si CE – AC = 16.

A) 31 B) 33 C) 34
D) 30 E) 32

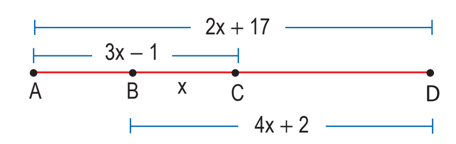
8 En una recta se ubican los puntos consecutivos M, N y P. Si MP + MN = 26, siendo R punto medio de $\overline{NP}$; calcula MR.

A) 13 B) 15 C) 12
D) 11 E) 14

9 Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, P, C y D. Si 2AB = CD, BP = PC y AP = 12; calcula BD.

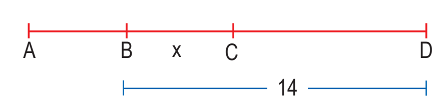
A) 20 B) 22 C) 24
D) 25 E) 26

10 Según la figura, calcula AC.



A) 15 B) 12 C) 14
D) 11 E) 15

11 En la figura mostrada, halla x.
Si C es punto medio de $\overline{AD}$; además AD = 24



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

12 Se tienen los puntos consecutivos A, B y C. Halla MN; Si M es el punto medio del segmento AB y N el punto medio del segmento BC, además AC = 14.

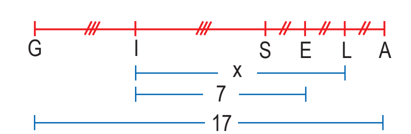
A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

13 Del gráfico, calcula AC si B es punto medio de $\overline{AC}$ y BD = 7



A) 6 B) 10 C) 4
D) 12 E) 8

14 De la figura halla x.



A) 15 B) 10 C) 13
D) 14 E) 12

Claves

1. E	3. C	5. A	7. E	9. C	11. B	13. E
2. D	4. B	6. C	8. A	10. D	12. C	14. B



Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

- Por un punto pasan infinitas rectas. ( )
- Por dos puntos pasan dos rectas. ( )
- Un rayo es lo mismo que una recta. ( )

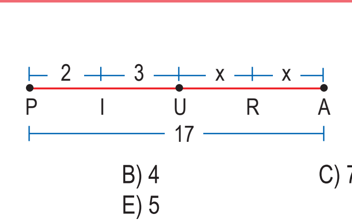
A) VVF B) VFF C) FVV
D) FVF E) VFV

2. Completa la notación correspondiente:

Recta L	
Rayo AB	
Segmento CD	

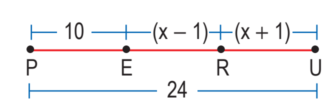
Razonamiento y demostración

3. Halla x.



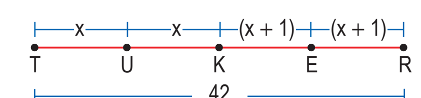
A) 8 B) 4 C) 7
D) 6 E) 5

4. Halla x.



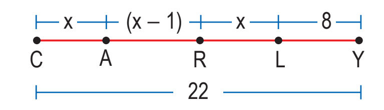
A) 6 B) 7 C) 5
D) 10 E) 4

5. Halla x.



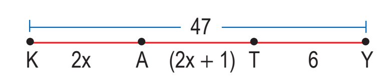
A) 6 B) 12 C) 8
D) 10 E) 5

6. Halla x.



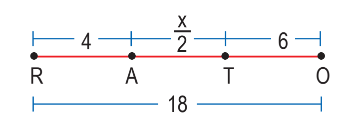
A) 5 B) 4 C) 6
D) 3 E) 8

7. Halla x.



A) 10 B) 8 C) 12
D) 9 E) 4

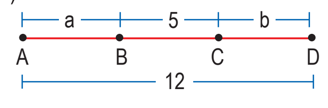
8. Halla x.



A) 14 B) 8 C) 9
D) 15 E) 16

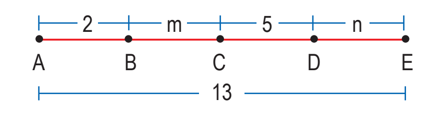
Resolución de problemas

9. Halla (a + b).



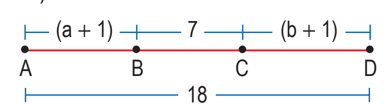
A) 5 B) 8 C) 6
D) 9 E) 7

10. Halla (m + n).



A) 6 B) 5 C) 7
D) 8 E) 9

11. Halla (a + b).

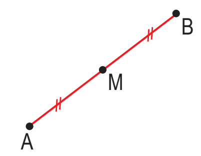


A) 11 B) 12 C) 10
D) 8 E) 9

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. En la siguiente figura M es punto medio de $\overline{AB}$ completa con = o ≅ según corresponda:

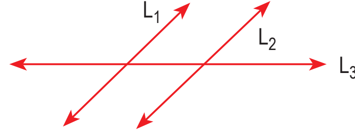


AM ☐ MB

$\overline{AM}$ ☐ $\overline{MB}$

AM ☐ AB/2

13. Coloca V (verdadero) o F (falso) teniendo en cuenta el siguiente gráfico:

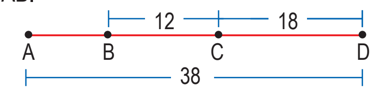


- $\overleftrightarrow{L_2}$ es secante a $\overleftrightarrow{L_1}$. ( )
- $\overleftrightarrow{L_1}$ es paralela a $\overleftrightarrow{L_2}$. ( )
- $\overleftrightarrow{L_3}$ es paralela a $\overleftrightarrow{L_2}$. ( )

A) VVV B) VVF C) VFF
D) FFF E) FVF

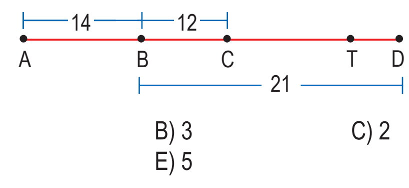
Razonamiento y demostración

14. Calcula AB.



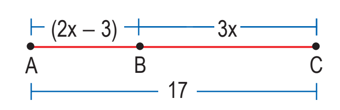
A) 6 B) 4 C) 7
D) 5 E) 8

15. Calcula CD.



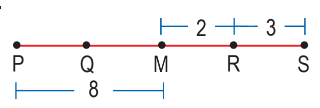
A) 9 B) 3 C) 2
D) 1 E) 5

16. Halla x.



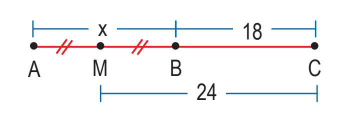
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 2,5

17. Calcula PR.



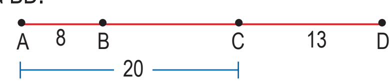
A) 10 B) 12 C) 9
D) 14 E) 6

18. Halla x.



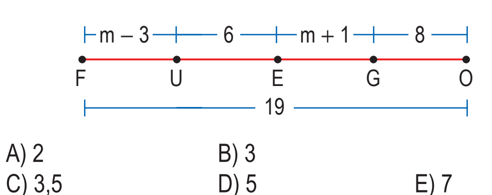
A) 10 B) 12 C) 9
D) 13 E) 11

19. Calcula BD.



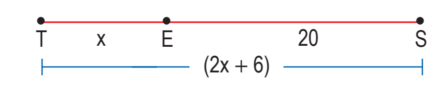
A) 24 B) 25 C) 22
D) 23 E) 10

20. Calcula m.



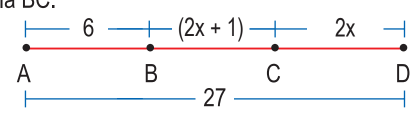
A) 2 B) 3
C) 3,5 D) 5 E) 7

21. Calcula x.



A) 12 B) 14 C) 10 D) 13 E) 11

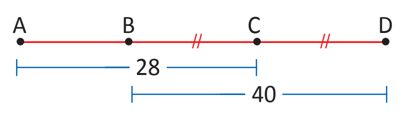
22. Calcula BC.



A) 10 B) 13 C) 11 D) 9 E) 7

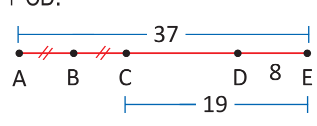
Resolución de problemas

23. Calcula AB + CD.



A) 24 B) 14 C) 18 D) 28 E) 8

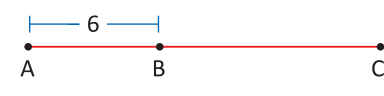
24. Calcula AB + CD.



A) 21 B) 20 C) 24 D) 17 E) 27

25. Calcula AC.

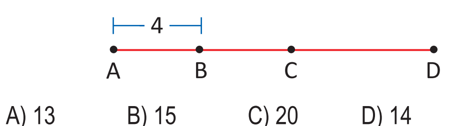
Si: BC = 2(AB)



A) 16 B) 14 C) 18 D) 20 E) 13

26. Calcula BD.

Si: AB = BC y CD = 2(BC)

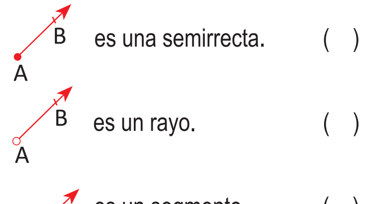


A) 13 B) 15 C) 20 D) 14 E) 12

NIVEL 3

Comunicación matemática

27. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:



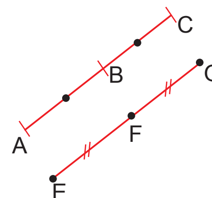
es una semirrecta. ( )

es un rayo. ( )

es un segmento. ( )

A) VFV B) FFF C) FVV
D) VVF E) VVV

28. Indica la alternativa correcta (✓) o incorrecta (X) teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



Si: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$; entonces:

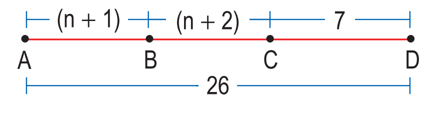
I. $BC \cong EF$ ☐

II. $\overset{\circ\!\!\longrightarrow}{AB} = \overset{\circ\!\!\longrightarrow}{EF}$ ☐

III. $\overline{EF} = \overline{BC}$ ☐

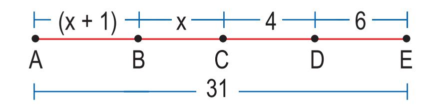
Razonamiento y demostración

29. Halla AC.



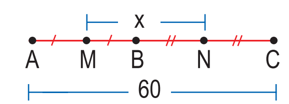
A) 14 B) 18 C) 15
D) 19 E) 20

30. Calcula BD.



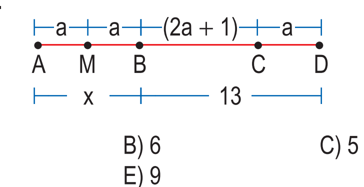
A) 14 B) 12 C) 10
D) 16 E) 18

31. Calcula x.



A) 16 B) 15 C) 25
D) 30 E) 20

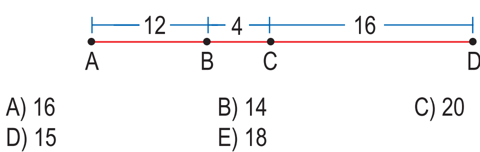
32. Calcula x.



A) 8 B) 6 C) 5
D) 10 E) 9

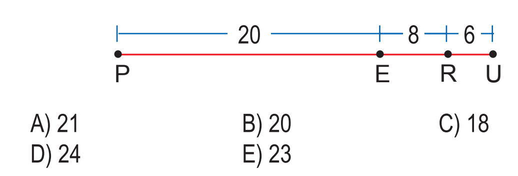
Resolución de problemas

33. Calcula MN, donde M y N son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, respectivamente.



A) 16 B) 14 C) 20
D) 15 E) 18

34. Calcula MN, donde M y N son puntos medios de $\overline{PE}$ y $\overline{RU}$, respectivamente.



A) 21 B) 20 C) 18
D) 24 E) 23

35. Dados los puntos consecutivos A, B, C, y D; calcula la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$. Si AB = 8; BC = 12 y CD = 24.

A) 24 B) 28 C) 23
D) 25 E) 26

36. Dados los puntos consecutivos A, B y C; calcula la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$. Si AC = 28 y AB = 18.

A) 12 B) 16 C) 15
D) 18 E) 14

Claves

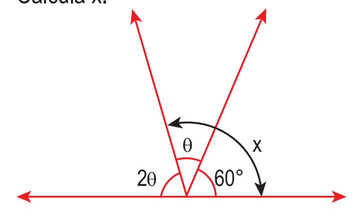
NIVEL 1							
1. B	2.	3. D	4. B	5. D	6. A	7. A	
8. E	9. E	10. A	11. E	NIVEL 2	12.	13. E	14. E
15. A	16. D	17. A	18. B	19. B	20. C	21. B	22. C
23. D	24. B	25. C	26. E	NIVEL 3	27. B	28.	29. D
30. A	31. D	32. A	33. E	34. A	35. B	36. E	

Aplicamos lo aprendido



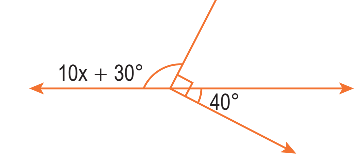
TEMA 2: ÁNGULOS

1 Calcula x.



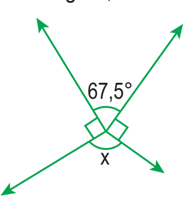
A) 115° B) 120° C) 100°
D) 105° E) 111°

2 Del gráfico, calcula x.



A) 10° B) 20° C) 30°
D) 15° E) 5°

3 De la figura, calcula x.

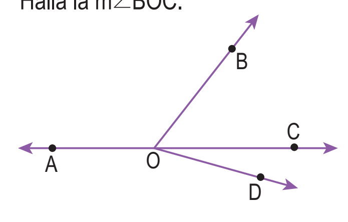


A) 112,5° B) 113° C) 110°
D) 112° E) 111°

4 Dos ángulos opuestos por el vértice miden $(2x + 7°)$ y $(3x - 29°)$. Calcula x.

A) 35° B) 34° C) 37°
D) 36° E) 33°

5 En la figura, el $\angle BOD$ mide 80° y la $m\angle AOD - m\angle AOB = 12°$. Halla la $m\angle BOC$.



A) 37° B) 46° C) 55°
D) 45° E) 47°

6 Se tienen los ángulos AOB y BOC adyacentes suplementarios. Calcula la medida del ángulo que forman sus bisectrices.

A) 60° B) 100° C) 80°
D) 70° E) 90°

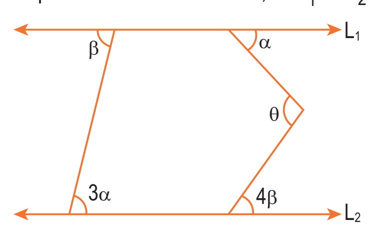
7 El doble del complemento de un ángulo más el triple del suplemento del mismo suman 500°. Halla la medida del ángulo.

A) 46° B) 45° C) 44°
D) 48° E) 42°

8 Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.

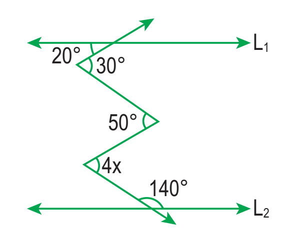
A) 75° B) 80° C) 90°
D) 85° E) 70°

9 Expresa θ en función de α, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



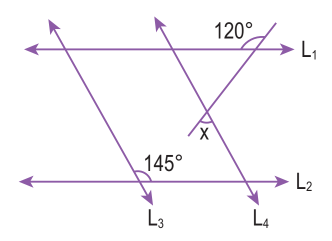
A) 13α B) 12α C) 11α
D) 10α E) 14α

10 Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



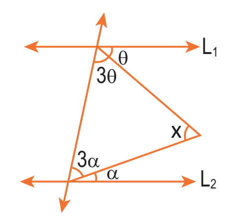
A) 24° B) 22° C) 20°
D) 26° E) 23°

11 Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_3} \parallel \overleftrightarrow{L_4}$. Halla x.



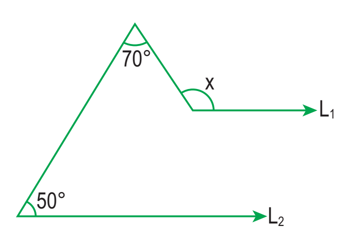
A) 90° B) 85° C) 75°
D) 65° E) 86°

12 Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 50° B) 45° C) 42°
D) 41° E) 55°

13 Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 130° B) 125° C) 100°
D) 110° E) 120°

14 Calcula θ, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.

A) 72° B) 85° C) 75°
D) 70° E) 80°

Claves

1. C	3. A	5. B	7. C	9. A	11. B	13. E
2. A	4. D	6. E	8. E	10. C	12. B	14. C

Practiquemos



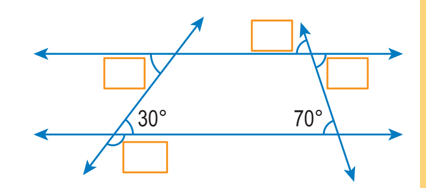
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relacione los conceptos y los valores:

I. Ángulo recto	( )	$\alpha = 0$
II. Ángulo nulo	( )	$\alpha = 180°$
III. Ángulo llano	( )	$\alpha = 90°$

2. Completa los recuadros:



3. Completa V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Los ángulos alternos internos son congruentes. ( )

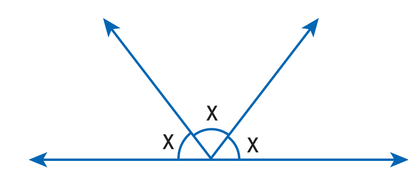
II. Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes. ( )

III. El ángulo de una vuelta mide 270° sexagesimales. ( )

A) VFF B) VVF
C) VVV D) FVV
E) FFV

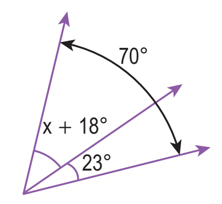
Razonamiento y demostración

4. Halla x.



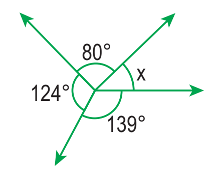
A) 50° B) 60° C) 70°
D) 62° E) 56°

5. Halla x.



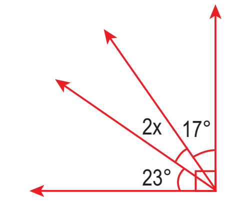
A) 32° B) 29° C) 42°
D) 18° E) 27°

6. Halla x.



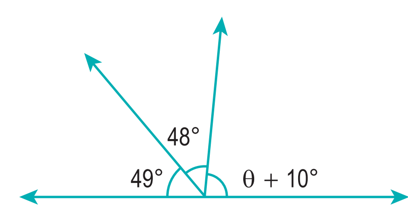
A) 18° B) 17° C) 20°
D) 23° E) 24°

7. Halla x.



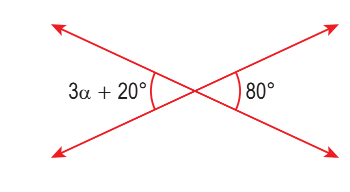
A) 20° B) 18° C) 23°
D) 25° E) 26°

8. Halla θ.



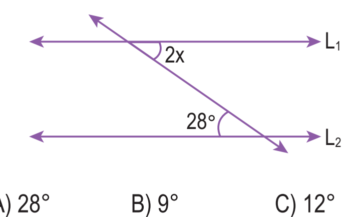
A) 68° B) 64° C) 54°
D) 72° E) 73°

9. Halla α.



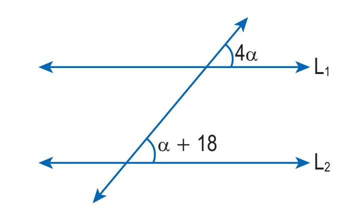
A) 10° B) 15° C) 20°
D) 24° E) 23°

10. Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



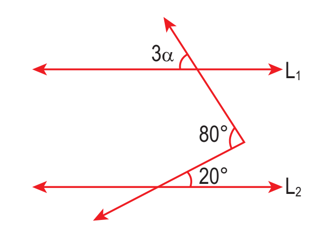
A) 28° B) 9° C) 12°
D) 14° E) 13°

11. Calcula α, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



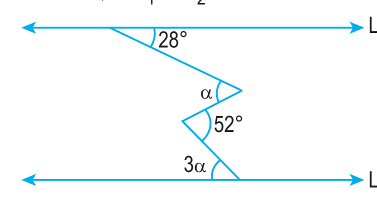
A) 9° B) 12° C) 6°
D) 7° E) 15°

12. Calcula α, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



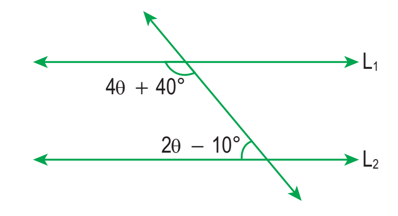
A) 15° B) 20° C) 18°
D) 21° E) 26°

13. Calcula α, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



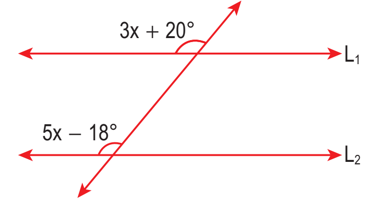
A) 18° B) 26° C) 30°
D) 10° E) 20°

14. Halla θ, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



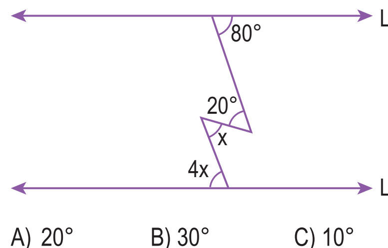
A) 20° B) 25° C) 30°
D) 32° E) 36°

15. Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



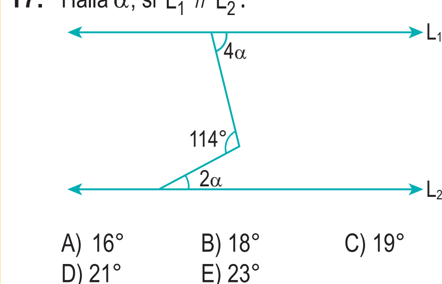
A) 18° B) 20° C) 24°
D) 26° E) 19°

16. Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 20° B) 30° C) 10°
D) 35° E) 40°

17. Halla α, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 16° B) 18° C) 19°
D) 21° E) 23°

Resolución de problemas

18. Halla el suplemento del complemento de 26°.

A) 116° B) 118° C) 115°
D) 114° E) 132°

19. Halla x, si el suplemento de x es igual al complemento de 20°.

A) 98° B) 95° C) 105°
D) 110° E) 120°

20. Si el complemento de θ más el suplemento de θ es igual a 150°, halla θ.

A) 40° B) 30° C) 60°
D) 62° E) 53°

21. Halla el complemento del suplemento de 137°.

A) 50° B) 47° C) 52°
D) 56° E) 48°

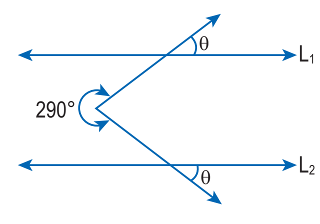
22. Si a la medida de un ángulo se le disminuye su suplemento, resulta 40°. ¿Cuánto mide dicho ángulo?

A) 105° B) 106° C) 112°
D) 118° E) 110°

23. Si a la medida de un ángulo se le suma su complemento y su suplemento, resulta 240°. Calcula su medida.

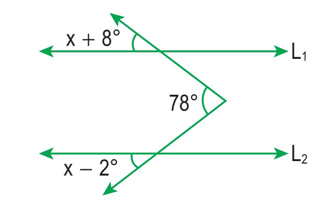
A) 20° B) 30° C) 32°
D) 40° E) 48°

24. Calcula θ, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



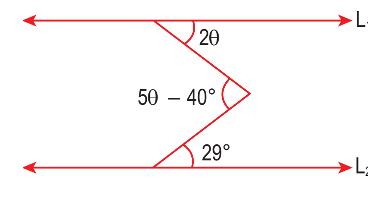
A) 35° B) 36° C) 42°
D) 43° E) 32°

25. Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



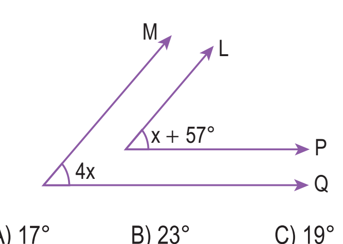
A) 32° B) 34° C) 36°
D) 43° E) 46°

26. Halla θ, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 24° B) 21° C) 26°
D) 23° E) 42°

27. Si $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$ y $\overleftrightarrow{P} \parallel \overleftrightarrow{Q}$, halla x.



A) 17° B) 23° C) 19°
D) 18° E) 15°

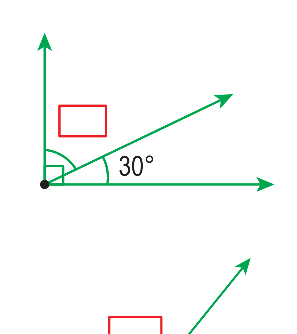
NIVEL 2

Comunicación matemática

28. Relaciona los conceptos y las desigualdades:

I. Ángulo agudo ( ) $180° < \alpha < 360°$
II. Ángulo no convexo ( ) $90° < \alpha < 180°$
III. Ángulo obtuso ( ) $0° < \alpha < 90°$

29. Completar en los recuadros:



30. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Los ángulos alternos externos suman 180°. ( )
II. Los ángulos conjugados. internos son congruentes. ( )
III. Los ángulos complementarios suman 90°. ( )

Luego, la alternativa correcta es:

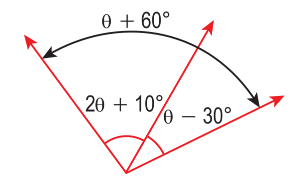
A) FFF B) VFF C) VVF
D) FFV E) VVV

31. Halla x, si $S_{4x} = C_{2x}$

A) 40° B) 32° C) 45°
D) 46° E) 50°

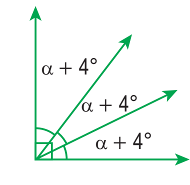
Razonamiento y demostración

32. Halla θ.



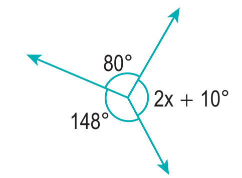
A) 30° B) 50° C) 40°
D) 35° E) 36°

33. Halla α.



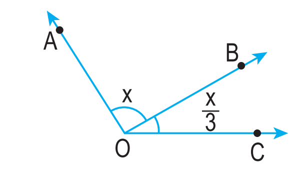
A) 24° B) 26° C) 18°
D) 29° E) 32°

34. Halla x.



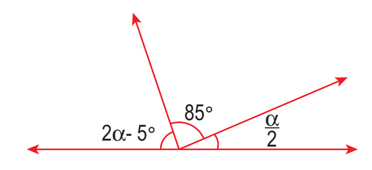
A) 59° B) 61° C) 54°
D) 63° E) 57°

35. Si la m∠ AOC = 120°. Halla la m∠BOC.



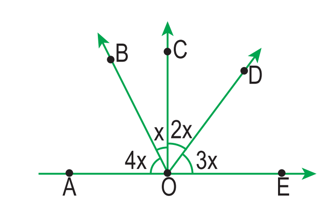
A) 10° B) 18° C) 28°
D) 27° E) 30°

36. Halla α.



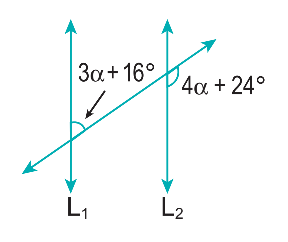
A) 30° B) 37° C) 40°
D) 42° E) 56°

37. Halla la m∠AOB.



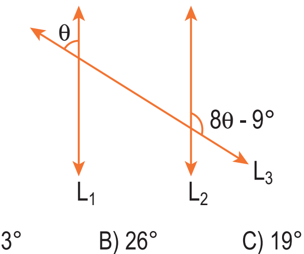
A) 64° B) 52° C) 84°
D) 80° E) 72°

38. Halla α, si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



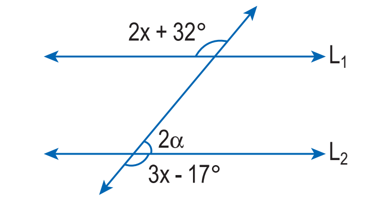
A) 18° B) 16° C) 24°
D) 23° E) 20°

39. Halla θ, si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



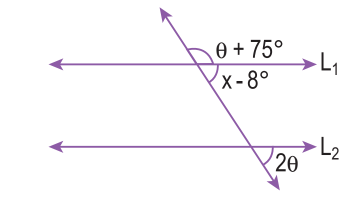
A) 23° B) 26° C) 19°
D) 21° E) 28°

40. Halla α, si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



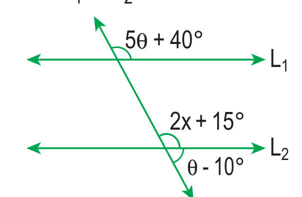
A) 56° B) 25° C) 62°
D) 72° E) 68°

41. Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



A) 76° B) 72° C) 64°
D) 69° E) 78°

42. Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



A) 70° B) 75° C) 80°
D) 85° E) 68°

Resolución de problemas

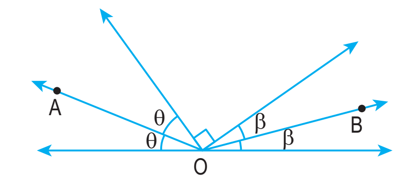
43. Halla el suplemento del suplemento del complemento de 68°.

A) 26° B) 36° C) 32°
D) 31° E) 22°

44. Si la suma del suplemento de x con su complemento es 170°, halla el complemento de x.

A) 40° B) 30° C) 60°
D) 45° E) 48°

45. Calcula la m∠AOB.



A) 120° B) 125° C) 135°
D) 145° E) 115°

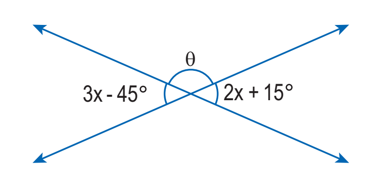
46. Si el complemento de un ángulo es igual a los 2/5 del suplemento del mismo ángulo, halla la medida del ángulo.

A) 36° B) 30° C) 42°
D) 45° E) 48°

47. Halla el ángulo cuyo suplemento excede al doble de su complemento en 40°.

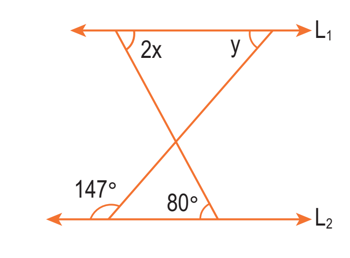
A) 30° B) 60° C) 50°
D) 40° E) 36°

48. Halla el complemento de θ.



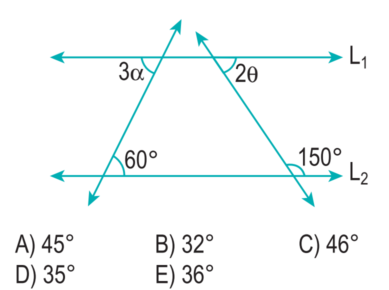
A) 40° B) 68° C) 70°
D) 45° E) 60°

49. Calcula (x + y), si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



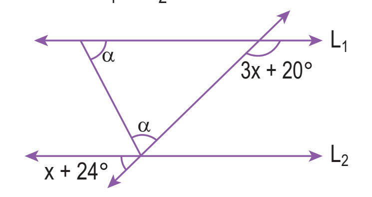
A) 68° B) 63° C) 78°
D) 73° E) 76°

50. Halla ($\alpha + \theta$), si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$.



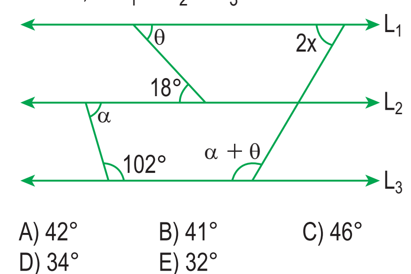
A) 45° B) 32° C) 46°
D) 35° E) 36°

51. Halla α, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 51° B) 53° C) 61°
D) 57° E) 68°

52. Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$.

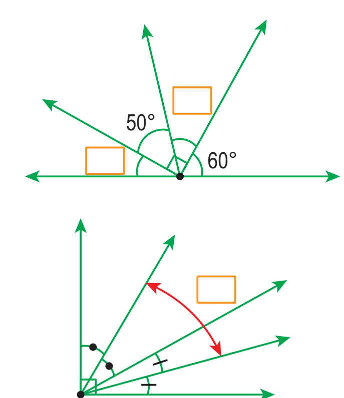


A) 42° B) 41° C) 46°
D) 34° E) 32°

NIVEL 3

Comunicación matemática

53. Completa los recuadros según corresponda:



54. Calcula el valor de un ángulo que disminuido en su suplemento resulta el cuádruple de su complemento.

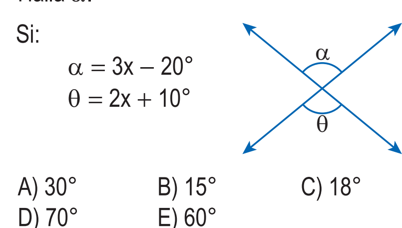
A) 80° B) 90° C) 72°
D) 75° E) 84°

Razonamiento y demostración

55. Halla α.

Si:

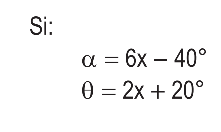
$\alpha = 3x - 20°$
$\theta = 2x + 10°$



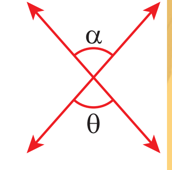
A) 30° B) 15° C) 18°
D) 70° E) 60°

56. Halla θ.

Si:

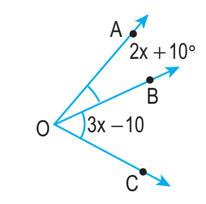


$\alpha = 6x - 40°$
$\theta = 2x + 20°$



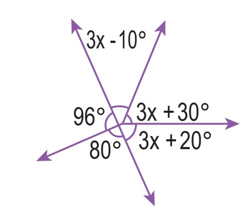
A) 40° B) 30° C) 60°
D) 56° E) 50°

57. Si la m∠AOC = 85°, halla x.



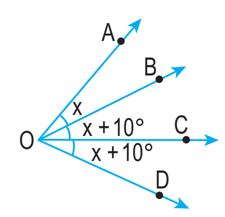
A) 18° B) 17° C) 23°
D) 24° E) 15°

58. Halla x.



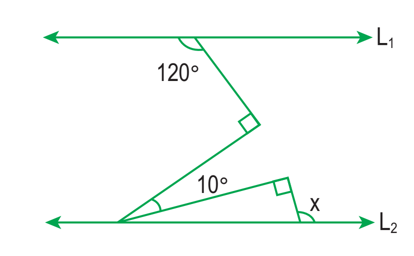
A) 13° B) 24° C) 14°
D) 16° E) 20°

59. Halla x, si la m∠AOD = 98°.



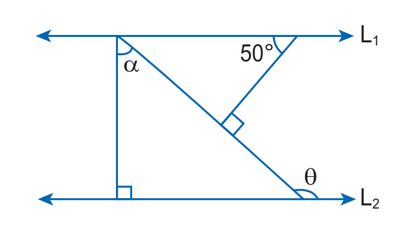
A) 24° B) 28° C) 36°
D) 26° E) 29°

60. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



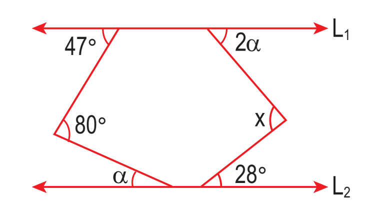
A) 120° B) 110° C) 115°
D) 105° E) 125°

61. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula $\alpha + \theta$.



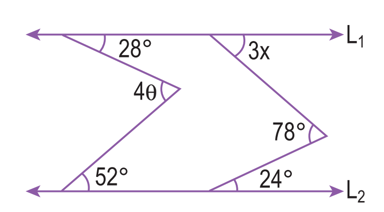
A) 195° B) 170° C) 180°
D) 190° E) 200°

62. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, halla x.



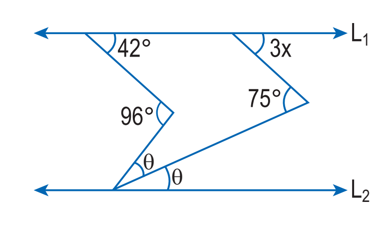
A) 86° B) 84° C) 98°
D) 96° E) 94°

63. Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, halla $\frac{\theta}{2} + \frac{x}{2}$.



A) 20° B) 19° C) 16°
D) 21° E) 17°

64. Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 18° B) 17° C) 16°
D) 15° E) 21°

Resolución de problemas

65. El doble del complemento de un ángulo más el triple del suplemento del mismo es 400°. Halla la medida del ángulo.

A) 46° B) 45° C) 64°
D) 60° E) 74°

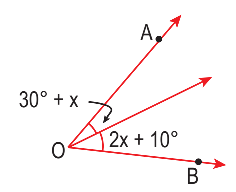
66. La suma de dos ángulos es el triple del complemento del doble del suplemento de 170° y la diferencia de los mismos es el doble del suplemento del triple del complemento de 60°. ¿Cuánto mide el mayor de los dos ángulos?

A) 195° B) 190° C) 194°
D) 200° E) 192°

67. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD; además, los rayos $\overrightarrow{OM}$ y $\overrightarrow{ON}$ bisecan a los ángulos AOB y COD, respectivamente. Halla la m∠MON, si la m∠AOC = 140° y la m∠BOD = 80°.

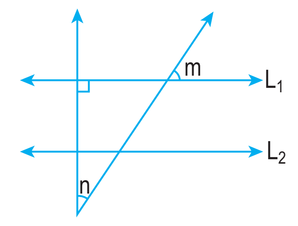
A) 115° B) 120° C) 110°
D) 114° E) 130°

68. Calcula el máximo valor entero de x, si el ∠AOB es agudo.



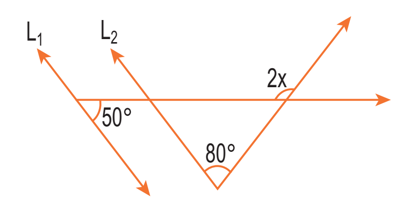
A) 17° B) 16° C) 18°
D) 24° E) 26°

69. Expresa m en función de n, sabiendo que $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



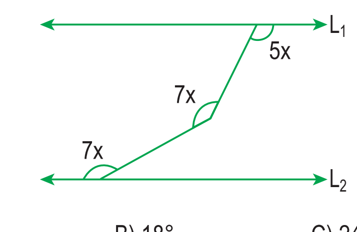
A) 90° + n B) 90° – n C) 180° – n
D) n E) 2n

70. Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.

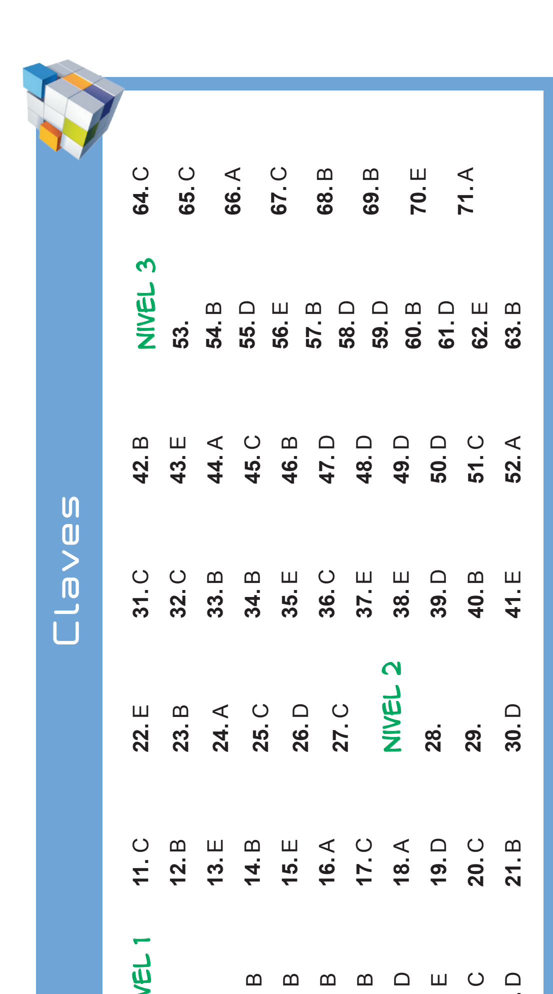


A) 56° B) 71° C) 63°
D) 54° E) 65°

71. Halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 20° B) 18° C) 24°
D) 29° E) 23°



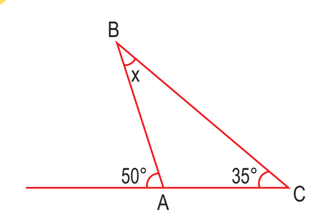


Aplicamos lo aprendido



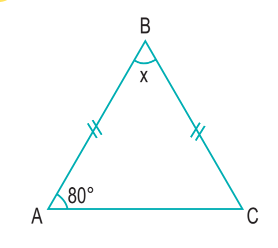
TEMA 3: TRIÁNGULOS

1 Halla x.



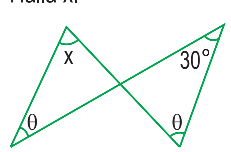
A) 16° B) 24° C) 25°
D) 15° E) 18°

2 Halla x.



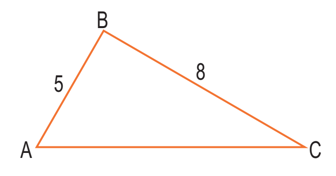
A) 80° B) 60° C) 10°
D) 20° E) 30°

3 Halla x.



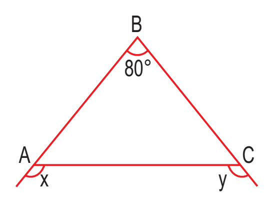
A) 15° B) 10° C) 20°
D) 12° E) 30°

4 Halla el máximo valor entero de AC.



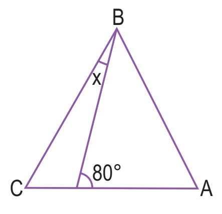
A) 9 B) 12 C) 11
D) 14 E) 13

5 Calcula x + y.



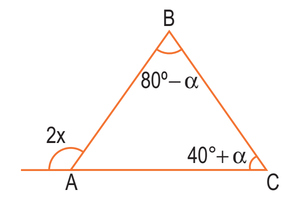
A) 250° B) 240° C) 270°
D) 260° E) 280°

6 Si el triángulo ABC es equilátero, calcula x.



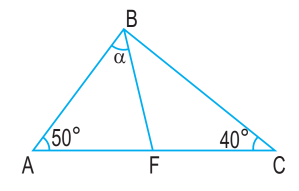
A) 10° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 15°

7 Halla x.



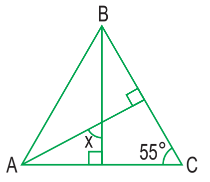
A) 40° B) 30° C) 50°
D) 60° E) 38°

8 Halla α si $\overline{BF}$ es bisectriz.



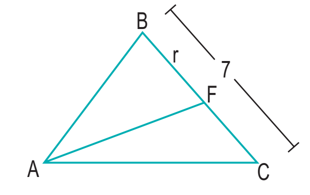
A) 40° B) 25° C) 50°
D) 35° E) 45°

9 Halla x.



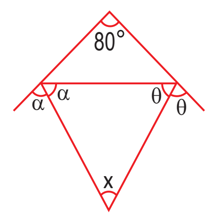
A) 30° B) 45° C) 55°
D) 25° E) 40°

10 Halla r si $\overline{AF}$ es mediana.



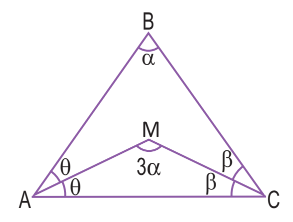
A) 2,5 B) 4 C) 3
D) 3,5 E) 5

11 Halla x.



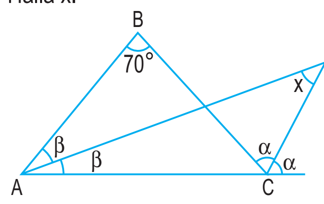
A) 50° B) 20° C) 60°
D) 40° E) 30°

12 Halla α en la figura.



A) 26° B) 36° C) 33°
D) 24° E) 30°

13 Halla x.



A) 20° B) 30° C) 40°
D) 35° E) 40°

14 Halla **a** si G es baricentro.

B, 6, G, a, A, M, C

A) 1 B) 2 C) 4
D) 5 E) 3

Claves

1. D 3. E 5. D 7. D 9. C 11. A 13. D
2. D 4. B 6. B 8. E 10. D 12. B 14. E

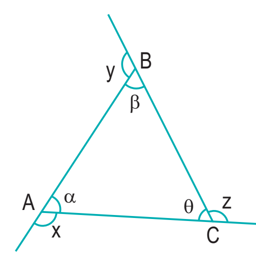
Practiquemos



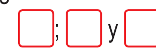
NIVEL 1

Comunicación matemática

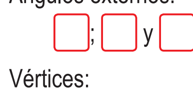
1. Completa los recuadros con los símbolos de la siguiente figura:



- Ángulos internos:



- Ángulos externos:



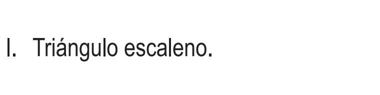
- Vértices: ☐; ☐ y ☐

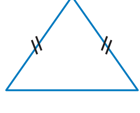
2. Relaciona los conceptos con las figuras:

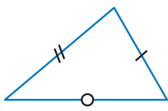
I. Triángulo escaleno.

II. Triángulo equilátero.

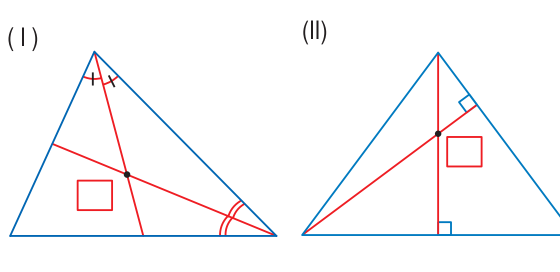
III. Triángulo isósceles.

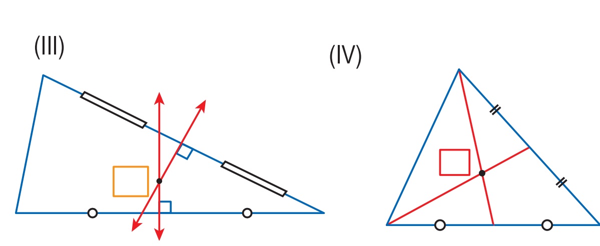






3. Rellena los recuadros con las letras G (baricentro), H (ortocentro), O (circuncentro) e I (incentro) según corresponda:





Razonamiento y demostración

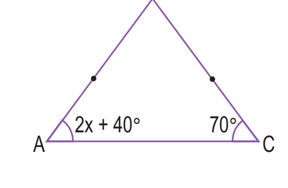
4. Halla x.

A) 40°
B) 20°
C) 30°
D) 50°
E) 60°

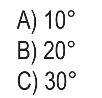
A; x; 4x + 10°; x - 10°; B; C

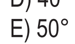
5. Calcula x.

A) 18°
B) 15°
C) 20°
D) 25°
E) 30°

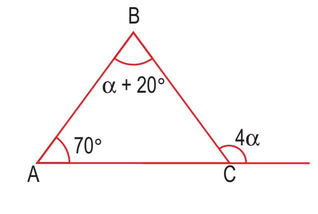


6. Halla α.

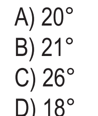




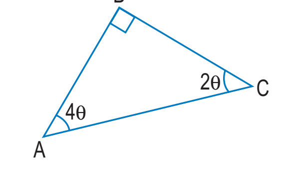
A) 10°
B) 20°
C) 30°
D) 40°
E) 50°



7. Halla θ.



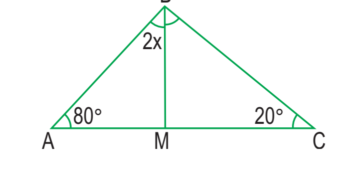
A) 20°
B) 21°
C) 26°
D) 18°
E) 15°



8. Halla x, si $\overline{BM}$ es bisectriz.

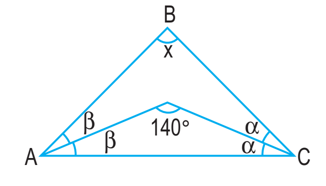


A) 10°
B) 15°
C) 25°
D) 22°
E) 20°



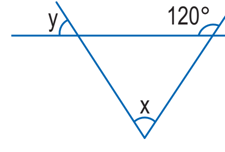
9. Halla x.

A) 120°
B) 110°
C) 100°
D) 130°
E) 90°



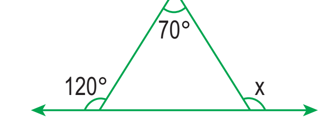
10. Halla: x + y.

A) 100°
B) 120°
C) 98°
D) 78°
E) 110°



11. Halla x.

A) 120°
B) 130°
C) 150°
D) 100°
E) 98°



12. Halla x.

A) 25°
B) 28°
C) 32°
D) 30°
E) 20°

3x + α; 5x + α; 60°

13. Halla x.

A) 16°
B) 18°
C) 20°
D) 17°
E) 15°

14. Halla x.

A) 64°
B) 38°
C) 66°
D) 96°
E) 62°

15. Halla α.

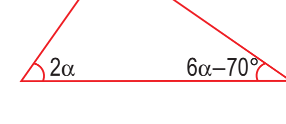
A) 18°
B) 32°
C) 28°
D) 30°
E) 20°

16. Halla θ.

A) 69°
B) 71°
C) 72°
D) 61°
E) 77°

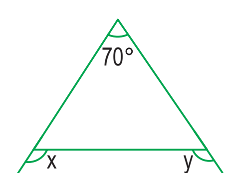
17. Halla α.

A) 24°
B) 22°
C) 30°
D) 20°
E) 10°



18. Calcula x + y.

A) 260°
B) 240°
C) 270°
D) 250°
E) 280°



Resolución de problemas

19. Halla x, si $\overline{BM}$ es mediana.

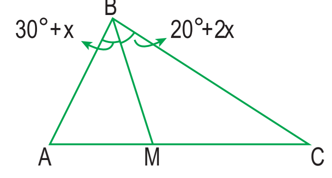
A) 8
B) 9
C) 5
D) 7
E) 6

20. Si $\overline{BM}$ es mediana del $\triangle ABC$, calcula x.

A) 15
B) 30
C) 20
D) 7,5
E) 25

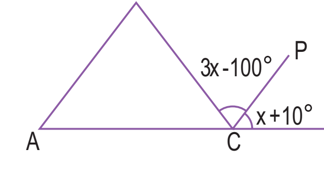
21. Calcula el valor del ángulo ABM, si $\overline{BM}$ es bisectriz.

A) 10°
B) 40°
C) 30°
D) 20°
E) 50°



22. Calcula x, si $\overline{CP}$ es bisectriz exterior.

A) 110°
B) 55°
C) 50°
D) 80°
E) 70°

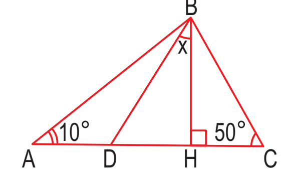


23. En la figura, $\overline{BD}$ es bisectriz del ángulo ABC y $\overline{BH}$ es altura; calcula x.

A) 20°
B) 10°
C) 30°
D) 15°
E) 25°

24. En la figura, $\overline{BD}$ es bisectriz del ángulo ABC y $\overline{BH}$ es altura. Calcula x.

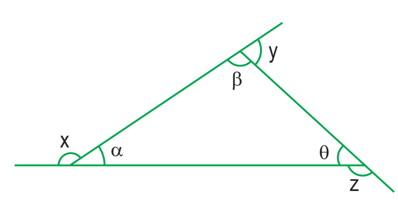
A) 10°
B) 20°
C) 15°
D) 37°
E) 16°



NIVEL 2

Comunicación matemática

25. Completa los recuadros, según corresponda, si:



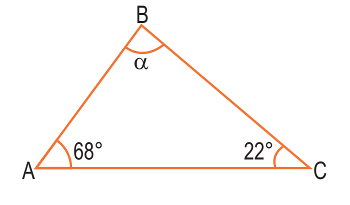
I. ☐ + ☐ + ☐ = 360°

II. ☐ + ☐ = y

III. ☐ + ☐ + ☐ = 180°

26. Halla α, e indicar qué tipo de triángulo es:

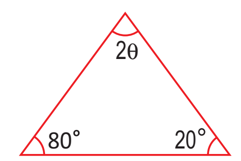
A) Acutángulo
B) Equilátero
C) Isósceles
D) Rectángulo
E) Obtusángulo



27. Halla θ, e indicar qué tipo de triángulo es:



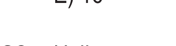
A) Isósceles
B) Equilátero
C) Rectángulo
D) Obtusángulo
E) Escaleno



Razonamiento y demostración

28. Halla α.

A) 15°
B) 20°
C) 21°
D) 18°
E) 16°



29. Halla α.

A) 20°
B) 16°
C) 24°
D) 15°
E) 18°

30. Halla θ.

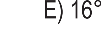


A) 10°
B) 20°
C) 15°
D) 18°
E) 25°

31. Halla θ.



A) 15°
B) 10°
C) 9°
D) 12°
E) 16°



32. Halla x.

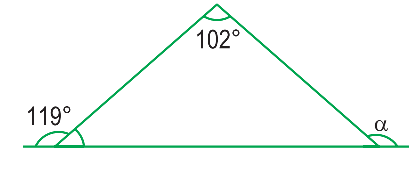


A) 56°
B) 66°
C) 76°
D) 84°
E) 86°



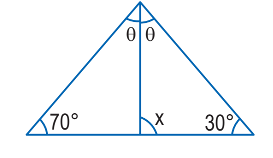
33. Halla α.

A) 172°
B) 153°
C) 143°
D) 102°
E) 163°



34. En la figura, calcula x.

A) 90°
B) 100°
C) 110°
D) 120°
E) 130°



35. Halla x.

A) 75°
B) 65°
C) 85°
D) 60°
E) 80°

36. Calcula α.



A) 16°
B) 14°
C) 18°
D) 12°
E) 20°



37. Halla x.

A) 15°
B) 16°
C) 12°
D) 17°
E) 13°



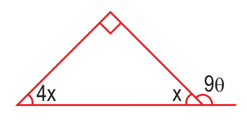


38. Halla x.

A) 10°
B) 15°
C) 18°
D) 20°
E) 24°

39. Halla θ.

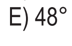
A) 18°
B) 16°
C) 20°
D) 24°
E) 15°

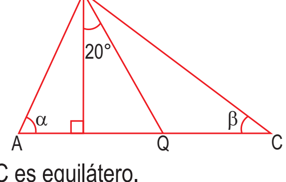


Resolución de problemas

40. Si $\overline{BQ}$ es bisectriz del ángulo ABC. Calcula (α − β).

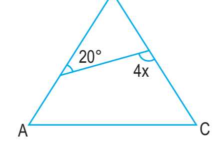
A) 40°
B) 60°
C) 80°
D) 50°
E) 48°





41. Halla x, si el △ABC es equilátero.

A) 10°
B) 30°
C) 15°
D) 20°
E) 25°

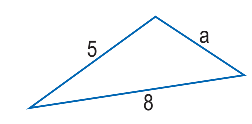


42. Halla el máximo valor entero de x.

A) 18
B) 16
C) 14
D) 17
E) 15

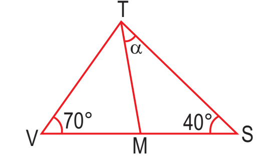
43. Calcula la suma del mínimo y máximo valor entero que toma a, para que el triángulo exista.

A) 16
B) 15
C) 14
D) 18
E) 17



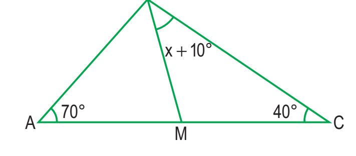
44. Halla α, si $\overline{TM}$ es bisectriz.

A) 32°
B) 35°
C) 36°
D) 38°
E) 40°



45. Calcula x, si $\overline{BM}$ es bisectriz.

A) 20°
B) 25°
C) 35°
D) 15°
E) 36°



46. Calcula el mínimo valor entero de x.

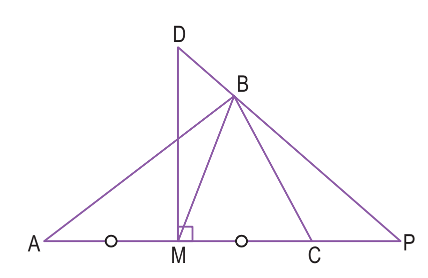
A) 5
B) 7
C) 3
D) 8
E) 9

x
4
10

NIVEL 3

Comunicación matemática

47. Si $\overline{MD}$, $\overline{BP}$ o $\overline{BM}$ son lineas notables del $\triangle$ABC, completa con $\overline{MD}$, $\overline{BP}$ o $\overline{BM}$, según corresponda:

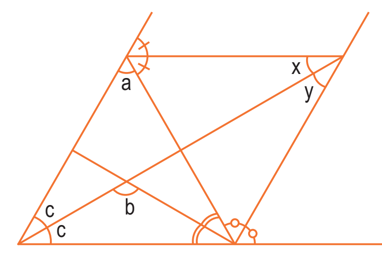


I. Mediatriz : ( )
II. Ceviana exterior : ( )
III. Mediana : ( )

48. El segmento que parte del vértice de un triángulo y cae en forma perpendicular al lado opuesto se denomina:

A) Altura
B) Mediana
C) Bisectriz
D) Ceviana
E) Mediatriz

49. Completa los recuadros según corresponda:



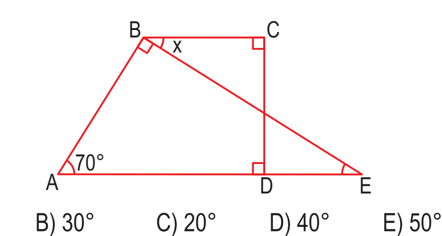
I. ☐ = 90° + ☐/2

II. ☐ + ☐ = 90° − ☐

III. ☐ = ☐/2

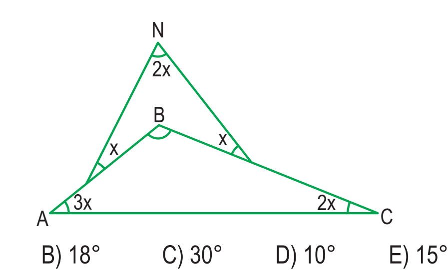
Razonamiento y demostración

50. Calcula x.



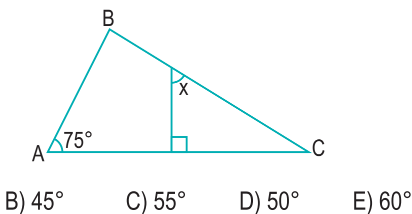
A) 10° B) 30° C) 20° D) 40° E) 50°

51. Calcula x.



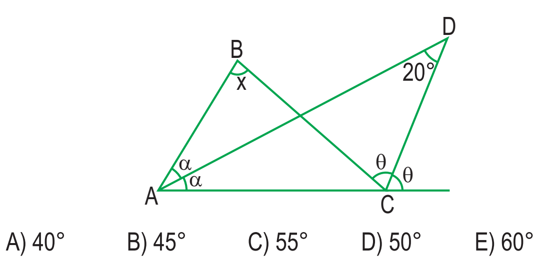
A) 20° B) 18° C) 30° D) 10° E) 15°

52. Calcula x, si AC = BC.



A) 40° B) 45° C) 55° D) 50° E) 60°

53. Calcula x.

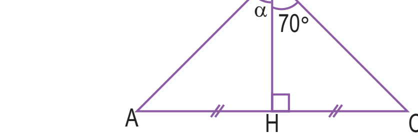


A) 40° B) 45° C) 55° D) 50° E) 60°



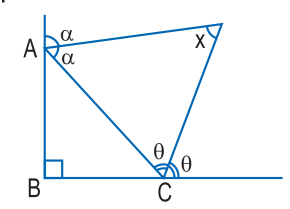
54. Del gráfico, calcula α.

A) 50°
B) 30°
C) 80°
D) 70°
E) 10°

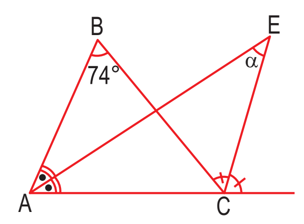


55. De la figura, calcula x.

A) 30°
B) 45°
C) 60°
D) 37°
E) 53°



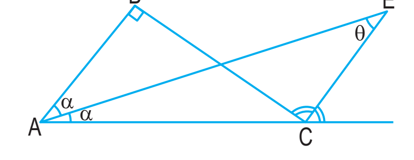
56. De la figura, calcula α.



A) 40° B) 37° C) 50° D) 55° E) 45°

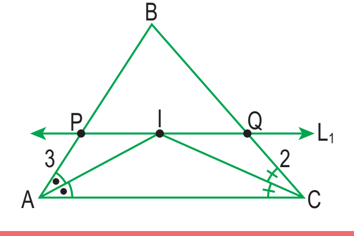
57. De la figura, calcula θ.

A) 30°
B) 40°
C) 45°
D) 37°
E) 60°



58. Calcula PQ, si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overline{AC}$.

A) 7
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

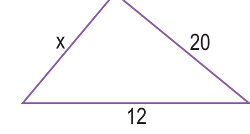


Resolución de problemas

59. Halla el máximo valor entero de x.

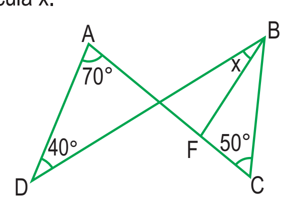


A) 32
B) 40
C) 30
D) 31
E) 28



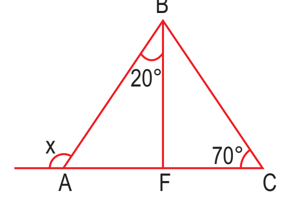
60. Si $\overline{BF}$ es bisectriz, calcula x.

A) 30°
B) 40°
C) 35°
D) 45°
E) 25°



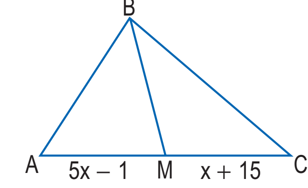
61. Calcula x, si $\overline{BF}$ es bisectriz.

A) 90°
B) 100°
C) 110°
D) 120°
E) 130°



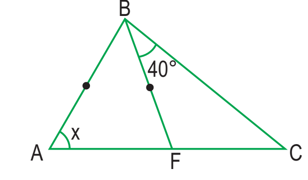
62. Calcula AC, si $\overline{BM}$ es mediana.

A) 4
B) 9
C) 18
D) 19
E) 38



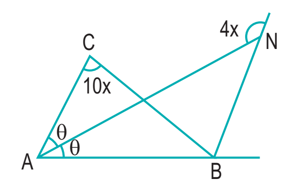
63. Calcula x, si $\overline{BF}$ es bisectriz.

A) 60°
B) 70°
C) 80°
D) 65°
E) 55°



64. Calcula x, si $\overline{BN}$ es bisectriz exterior.

A) 20°
B) 10°
C) 60°
D) 15°
E) 40°



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. C
5. B
6. C
7. E
8. E
9. C
10. B
11. B
12. D
13. E
14. C
15. D
16. B
17. D
18. D
19. D
20. A
21. B
22. B
23. B

NIVEL 2
24. B
25.
26. D
27. A
28. D
29. D
30. B
31. D
32. C
33. E
34. C
35. E
36. B
37. D
38. D
39. A
40. A
41. D
42. D
43. A
44. B
45. B

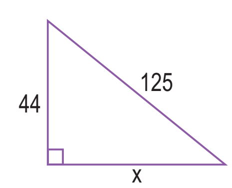
NIVEL 3
46. B
47.
48. A
49.
50. C
51. A
52. E
53. A
54. D
55. B
56. B
57. C
58. D
59. D
60. A
61. C
62. E
63. B
64. A

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES

1 Halla x.

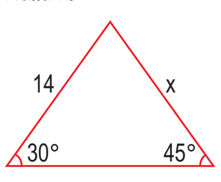


A) 115 B) 117 C) 127
D) 120 E) 100

2 En un triángulo rectángulo sus catetos miden $(2x + 1)$, $(6x)$ y la hipotenusa $(5x + 3)$. Halla el perímetro.

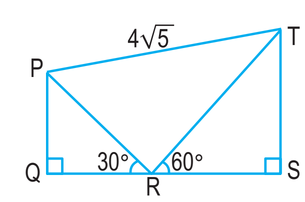
A) 40 B) 50 C) 60
D) 30 E) 20

3 Halla x.



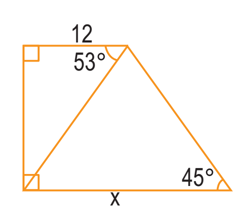
A) $8\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $7\sqrt{3}$
D) 7 E) $7\sqrt{2}$

4 Halla RS si la relación de perímetros entre los triángulos PQR y RST es de 1 a 2 .



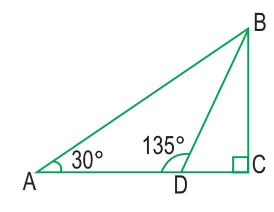
A) 4 B) 6 C) 5
D) 7 E) 3

5 Calcula x en la figura mostrada.



A) 24 B) 25 C) 28
D) 27 E) 26

6 Si AD = 12, calcula BC.

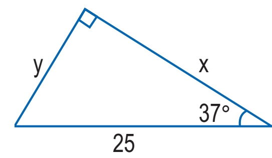


A) $5(\sqrt{3}+1)$ B) $4(\sqrt{3}+1)$
C) $(\sqrt{3}+1)$ D) $3(\sqrt{3}+1)$
E) $6(\sqrt{3}+1)$

7 En un triángulo ABC, las medidas de los ángulos A y C son 45° y 37°, respectivamente. Halla AC, si BC = 15.

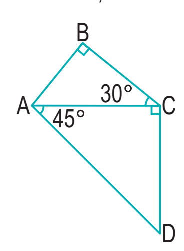
A) 21 B) 15 C) 25
D) 20 E) 18

8 Calcula $x - y$



A) 4 B) 3 C) 1
D) 5 E) 6

9 Halla AD, si AB = 4.

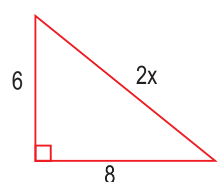


A) $5\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$
D) $\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{2}$

10 Los lados de un triángulo rectángulo están en progresión aritmética, cuya razón es 5. Calcula la longitud de la hipotenusa.

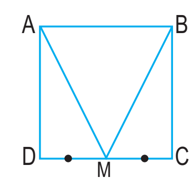
A) 30 B) 20 C) 25
D) 18 E) 23

11 Halla x.



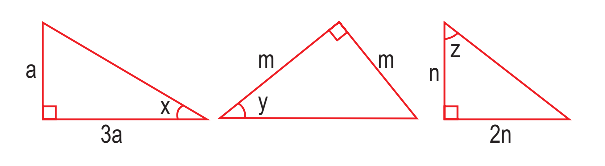
A) 5 B) 7 C) 10
D) 3 E) 2

12 Halla la medida del ángulo AMB, si ABCD es un cuadrado.



A) 56° B) 53° C) 55°
D) 37° E) 60°

13 Calcula $x + y + z$.



A) 126° B) 127° C) 125°
D) 124° E) 129°

14 Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo sabiendo que sus lados están en progresión aritmética de razón 4.

A) 21 B) 16 C) 18
D) 19 E) 20

Claves

1. B	3. E	5. C	7. A	9. C	11. A	13. B
2. D	4. A	6. E	8. D	10. C	12. B	14. E

Practiquemos

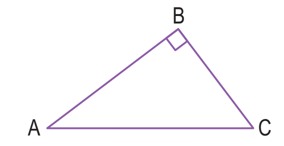


NIVEL 1

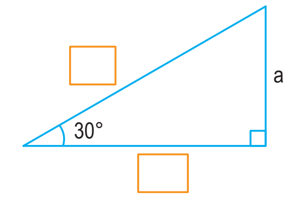
Comunicación matemática

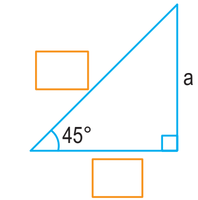
1. Marca la alternativa que representa la notación correcta:

A) ⊿ACB
B) ⊿ABC
C) ⊿BAC
D) ⊿ABC
E) ⊿ACB



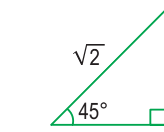
2. Completa los recuadros en función de **a**:





3. Relaciona las figuras con los conceptos:

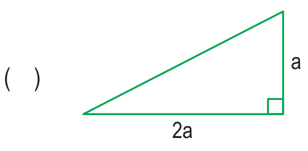
I. Triángulo rectángulo notable pitagórico. ( )



II. Triángulo rectángulo notable exacto. ( )

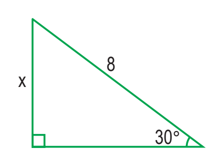
17
8
15

III. Triángulo rectángulo notable aproximado. ( )



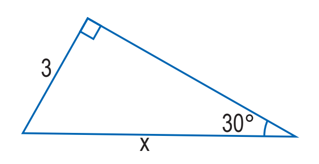
Razonamiento y demostración

4. Halla x.



A) $4\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{5}$
D) 8 E) 4

5. Halla x.



A) $3\sqrt{3}$ B) 6 C) $4\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{3}$ E) 3/2

6. Halla x.

A) 2
B) 4
C) $2\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{2}$
E) 1

x
$2\sqrt{2}$
45°

7. Halla x.

A) 8
B) 20
C) 5
D) 15
E) 10

2x
40
30°

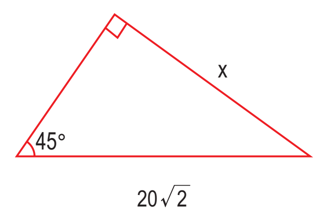
8. Halla x.

A) 5
B) $5\sqrt{2}$
C) 10
D) $5\sqrt{3}$
E) $10\sqrt{3}$

60°
x
5

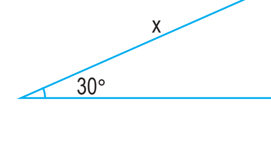
9. Halla x.

A) 20
B) 10
C) $10\sqrt{2}$
D) $10\sqrt{3}$
E) 15



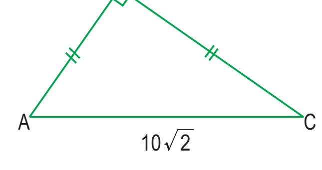
10. Halla x.

A) 7
B) $7\sqrt{3}$
C) $7\sqrt{2}$
D) 14
E) $14\sqrt{2}$



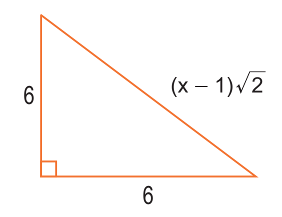
11. Halla AB.

A) 8
B) 20
C) 13
D) 10
E) $8\sqrt{3}$



12. Halla x.

A) 8
B) 7
C) 9
D) 5
E) 4



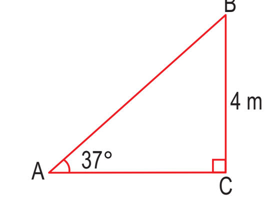
Resolución de problemas

13. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, $m\angle BAC = 53°$ y $BC = 40$. Calcula $AB + AC$.

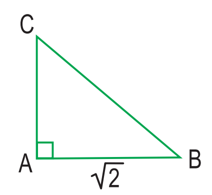
A) 30 B) 50 C) 60
D) 70 E) 80

14. Del gráfico, calcula el perímetro del triángulo ABC.

A) 10 m
B) 12 m
C) 16 m
D) 13 m
E) 17 m

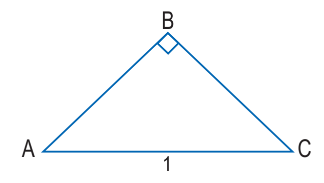


15. En la figura, calcula el semiperímetro del triángulo rectángulo isósceles.



A) $\sqrt{2} + 2$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2} + 1$
D) 1 E) 3

16. En la figura, calcula el perímetro del triángulo rectángulo isósceles.



A) $\sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{2} - 1$ C) $2\sqrt{2} + 1$
D) $3\sqrt{2} + 2$ E) $\sqrt{2} + 2$

17. Dado el triangulo rectángulo ABC recto en B; $m\angle C = 15°$ y $AC = 36$ cm. Calcula la longitud de la altura BH.

A) 10 cm B) 14 cm C) 9 cm
D) 16 cm E) 18 cm

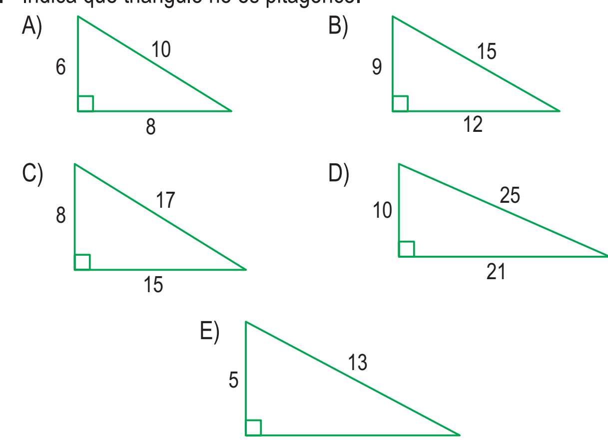
NIVEL 2

Comunicación matemática

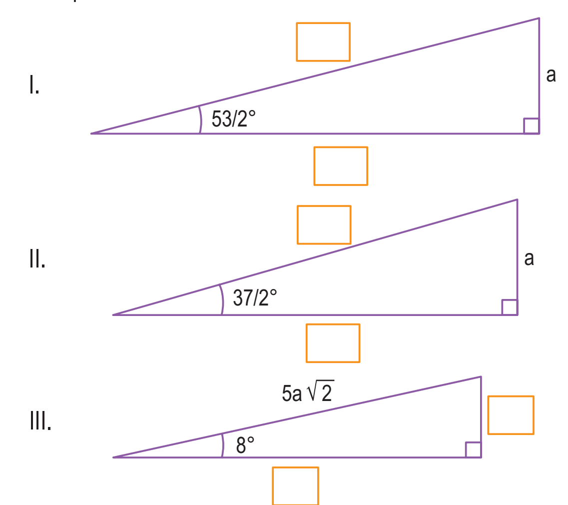
18. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Los ángulos de un triángulo rectángulo notable también se llaman “ángulos notables”. ( )
II. Todos los triángulos rectángulos cumplen con el teorema de Pitágoras. ( )
III. El triángulo rectángulo de 37° y 53° es también un triángulo pitagórico. ( )

19. Indica qué triángulo no es pitagórico.

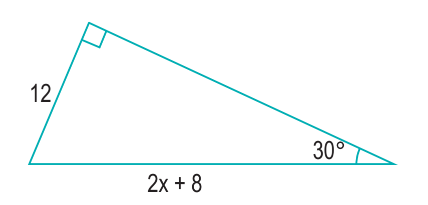


20. Completa los recuadros en función de **a**.



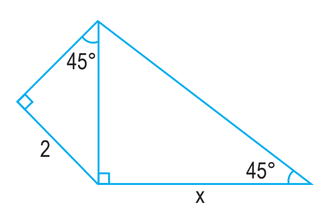
Razonamiento y demostración

21. Halla x.



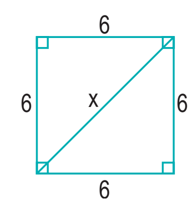
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

22. Halla x.



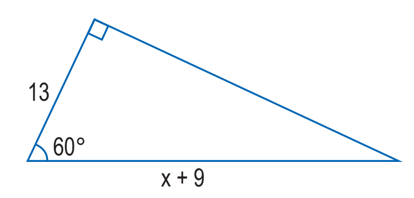
A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$
D) 4 E) $4\sqrt{2}$

23. Halla x.



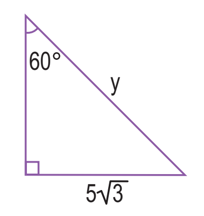
A) 6 B) 12 C) $8\sqrt{2}$
D) $6\sqrt{2}$ E) 18

24. Halla x.



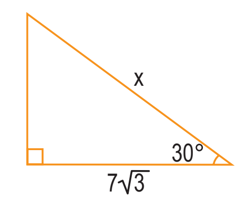
A) 13 B) 17 C) 14
D) 15 E) 18

25. Calcula y.



A) 20 B) 15 C) 12
D) 10 E) $10\sqrt{3}$

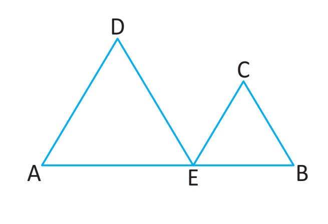
26. Calcula x.



A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Resolución de problemas

27. Los triángulos ADE y ECB son equiláteros de lados 4 y 2, respectivamente, halla CD.

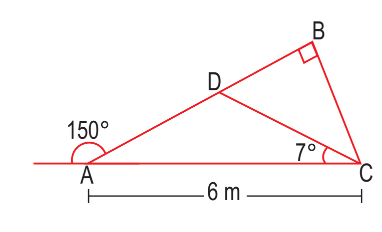


A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{3}$ E) 5

28. Halla la relación entre un cateto y la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles.

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $2\sqrt{2}$

29. De la figura, calcula el perímetro del triángulo DBC.

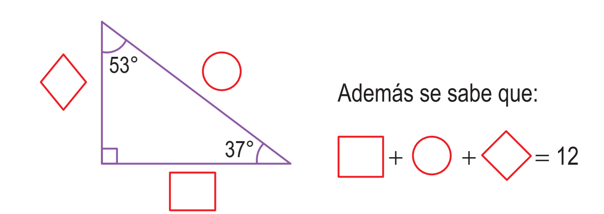


A) 16 m B) 12 m C) 14 m
D) 9 m E) 15 m

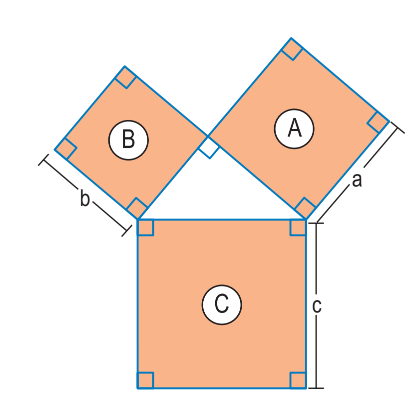
NIVEL 3

Comunicación matemática

30. Rellena los espacios en blanco:



31. Coloca $>, <$ o $=$ según corresponda:



Si $a^2 =$ (A); $b^2 =$ (B) y $c^2 =$ (C)

(A); (B) y (C) son áreas de cuadrados:

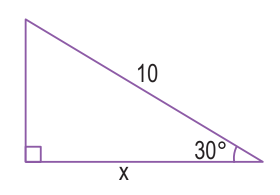
I. (C) ☐ (A) + (B)

II. c ☐ a + b

III. (C) ☐ (A) – (B)

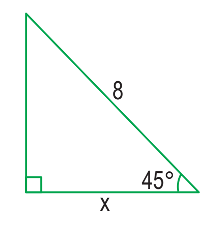
Razonamiento y demostración

32. Calcula x.



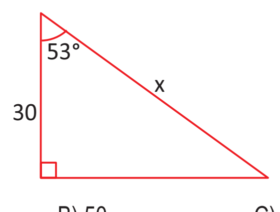
A) 4 B) $5\sqrt{3}$ C) 7
D) $6\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

33. Calcula $x + 2\sqrt{2}$.



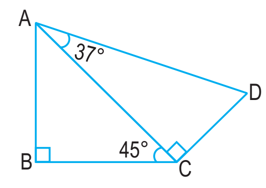
A) $4\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{6}$ E) $4\sqrt{3}$

34. Halla x.



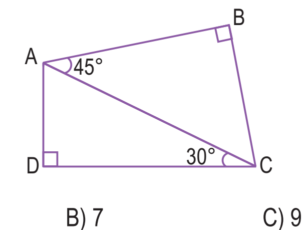
A) 40 B) 50 C) 60
D) 80 E) 100

35. En el gráfico, BC = 8 m. Calcula AD.



A) $\sqrt{2}$ m B) 3m C) $10\sqrt{2}$ m
D) 3m E) 5m

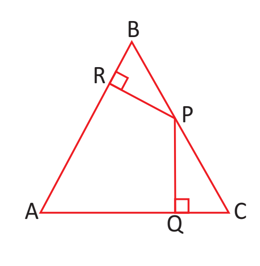
36. En la figura, $BC = 6\sqrt{2}$. Calcula AD.



A) 6 B) 7 C) 9
D) 15 E) 12

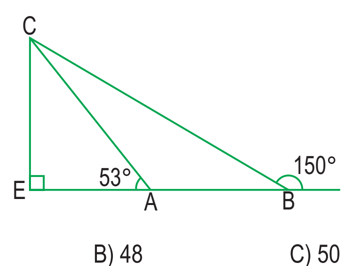
Resolución de problemas

37. El triángulo ABC es equilátero; AQ = 14 y QC = 6. Calcula RB.



A) 3 B) 4 C) 5
D) 4,5 E) 8

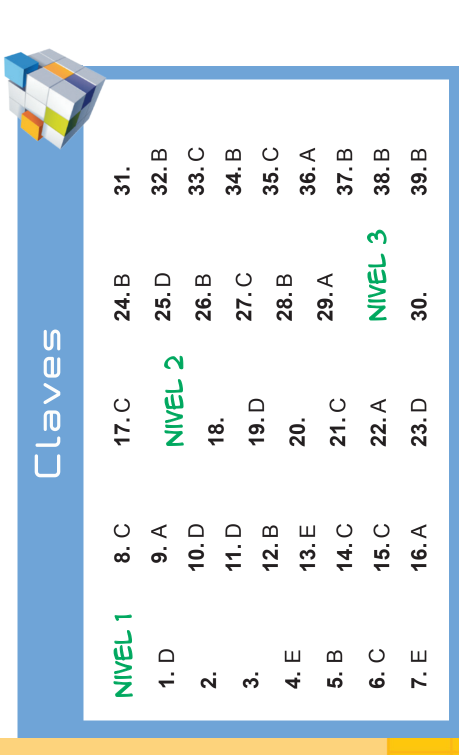
38. Calcula el perímetro del triángulo AEC, si BC = 32.



A) 42 B) 48 C) 50
D) 54 E) 40

39. Se tiene un triángulo ABC tal que AC mide 10; $m\angle BAC = \frac{53°}{2}$ y $m\angle ACB = \frac{37°}{2}$. Calcula AB.

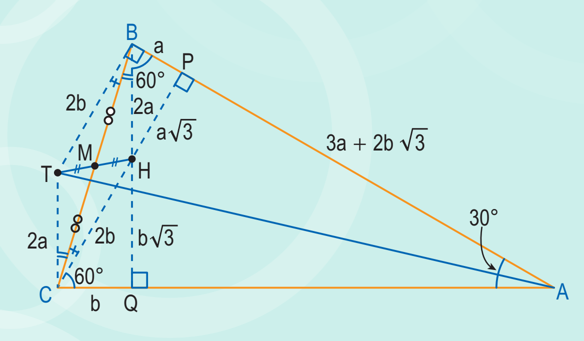
A) 2 B) $2\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{10}$
D) 4 E) 6



MARATÓN Matemática

Sea ABC un triángulo acutángulo con m∠A = 30°; sea también H el ortocentro del triángulo y M el punto medio de $\overline{BC}$; externamente se escoge el punto T de tal forma que M es el punto medio de $\overline{HT}$. Halla AT, si BC = 2ℓ.

Resolución



Trazamos las alturas CP y BQ, vemos que los triángulos AQB y APC son notables de 30° y 60°, también los triángulos BPH y CQH también son notables de 30° y 60°.

Si $BH = 2a \Rightarrow BP = a$ y $HP = a\sqrt{3}$ y si $CH = 2b \Rightarrow CQ = b$ y $HQ = b\sqrt{3}$.
Luego en el paralelogramo BHCT (es un paralelogramo, dado que sus diagonales BC y TH se intersecan en el punto medio común M) vemos que $TB = CH = 2b$ y $TC = BH = 2a$; luego vemos que $m\angle BCP + m\angle CBQ = 30°$.
Pero como $\overline{TB} \,//\, \overline{CP} \Rightarrow m\angle BCP = m\angle TBC \Rightarrow m\angle TBA = 90° = m\angle TCA$

En el ⊿CBQ:

$(BC)^2 = b^2 + (2a + b\sqrt{3})^2$

$4\ell^2 = b^2 + 4a^2 + 4ab\sqrt{3} + 3b^2$

$\therefore\ 4\ell^2 = 4(a^2 + b^2 + ab\sqrt{3}) \Rightarrow \ell^2 = a^2 + b^2 + ab\sqrt{3}$ ... (α)

En el ⊿TBA:

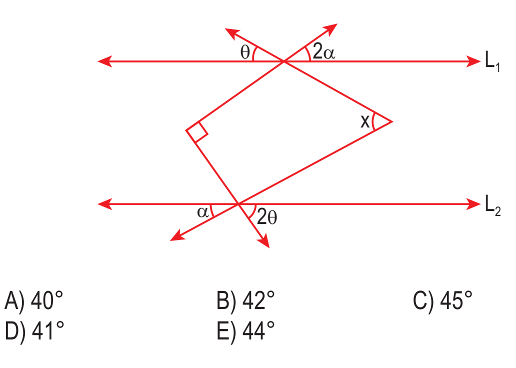
$(AT)^2 = (2b)^2 + (4a + 2b\sqrt{3})^2$

$(AT)^2 = 4b^2 + 16a^2 + 16ab\sqrt{3} + 12b^2$

$\therefore\ (AT)^2 = 16(a^2 + b^2 + ab\sqrt{3})$; reemplazando de ($\alpha$)

$(AT)^2 = 16\ell^2 \Rightarrow AT = 4\ell$

1. En la siguiente figura si $\overleftrightarrow{L_1} \,//\, \overleftrightarrow{L_2}$, calcula el valor de x.

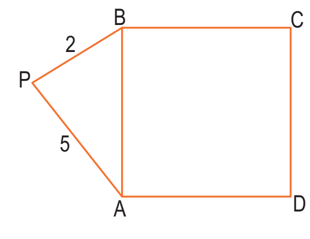


A) 40° B) 42° C) 45°
D) 41° E) 44°

2. En un triángulo ABC las bisectrices exteriores relativas a los vértices B y C se intersecan en un punto D, tal que BD = DC.
Si la m∠ABC = 70°, calcula m∠BAC.

A) 30° B) 15° C) 35°
D) 40° E) 50°

3. Calcula el máximo valor entero del perímetro del cuadrado ABCD.

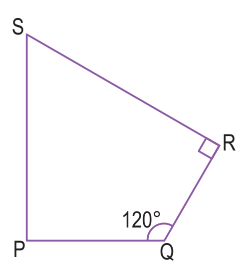


A) 24 B) 25 C) 26
D) 27 E) 28

4. Un triángulo tiene por lados: (a + 1), (a + 7) y (a + 20). Calcula el mínimo valor de **a** para que el triángulo exista.

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

5. En el cuadrilátero PQRS: $PQ = 12\sqrt{3}$ u y $QR = 8\sqrt{3}$ u.
Calcula PS + RS.



A) 20 u B) 60 u C) 10 u
D) 40 u E) 80 u

6. En un ΔABC, la m∠ABC = 110°; se traza la altura BH. Calcula la m∠MHN, siendo M y N los baricentros de los triángulos ABH y HBC respectivamente.

A) 80° B) 70° C) 110°
D) 120° E) 100°

7. En un ΔABC, se traza la mediana BM., Si AB = AM y m∠BAC = 2m∠BCA, halla m∠MBC.

A) 15° B) 45° C) 30°
D) 60° E) 37°


Geometría
Geometría
Geometría
Unidad 2
Geometría

RECUERDA

Tales de Mileto

Se le llamó Tales de Mileto (o Thales) porque vivió en la ciudad de Mileto, entre 624 – 546 a. C. Fue uno de los siete sabios de la antigüedad. Filósofo y matemático griego. En su juventud viajó a Egipto, donde aprendió geometría de los sacerdotes de Menfis, y astronomía, que posteriormente enseñaría con el nombre de astrosofía.

Se destacó principalmente por sus trabajos en filosofía y matemáticas. En esta última ciencia, se le atribuyen las primeras demostraciones de teoremas geométricos mediante el razonamiento lógico, por esto, se le considera el padre de la geometría.

Fue el primer filósofo griego que intentó dar una explicación física del Universo, que para él era un espacio racional pese a su aparente desorden.

Según Tales, el principio original de todas las cosas es el agua, de la que todo procede y a la que todo vuelve otra vez. Se atribuye a Tales el uso de sus conocimientos de geometría para medir las dimensiones de las pirámides de Egipto y calcular la distancia desde la costa hasta barcos en alta mar.
Son seis sus teoremas geométricos:

1. Todo diámetro biseca a la circunferencia. 2. Los ángulos en la base de un triángulo isósceles son iguales. 3. Los ángulos opuestos por el vértice son iguales. 4. Dos triángulos que tienen dos ángulos y un lado respectivamente iguales son iguales.

5. Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.

6. El famoso “teorema de Tales”: los segmentos determinados por una serie de paralelas cortadas por dos transversales son proporcionales.

En astronomía, fue observador de la Osa Menor e instruyó a los marinos para guiarse con esta constelación. Predijo el eclipse solar del año 585 a. C., utilizando el Saros, un ciclo de 18 años, 10 días y 8 horas.

Thales fue el primero en sostener que la Luna brillaba por el reflejo del Sol y además determinó el número exacto de días que tiene el año.

Tales también fue el famoso sabio de la historia que cayó en un pozo por mirar las estrellas y una anciana le dijo: “pretendes observar las estrellas y ni siquiera ves lo que tienes a tus pies”.

También se le atribuye a Tales la historia del mulo que cargaba sal y que se metía en el río para disolverla y aligerar su peso; Tales le quitó esa mala costumbre cargándolo con esponjas.

Cuando le preguntaron la recompensa que quería por sus descubrimientos, contestó: “Me consideraría bien recompensado si los demás no se atribuyeran mis hallazgos, sino que reconocieran que son míos”.

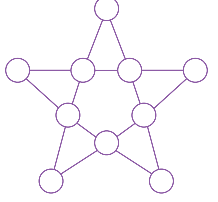
Reflexiona

- *El hombre labra su felicidad de varios materiales incoherentes, para poder construir con ellos un edificio durable.*
- *Cuando encontramos la felicidad en nosotros mismos, hacemos poco caso de la que puede venirnos de otra parte.*
- *El entusiasmo y la paciencia son dos condiciones necesarias para avanzar en el camino de la fortuna.*
- *El hombre generoso olvida los favores que hace y guarda en el corazón los que recibe.*

¡Razona...!

Coloca los números del 1 al 10 en cada uno de los círculos mostrados, de tal forma que la suma de los números en cada uno de los cinco lados sea la misma y la menor posible. ¿Cuál es esa suma?

A) 16
B) 18
C) 19
D) 22
E) 25



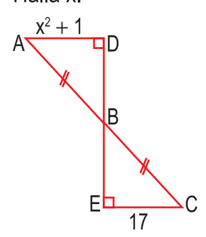


Aplicamos lo aprendido



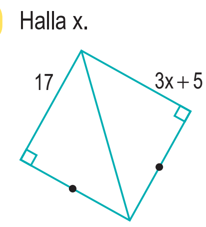
TEMA 1: CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

1 Halla x.



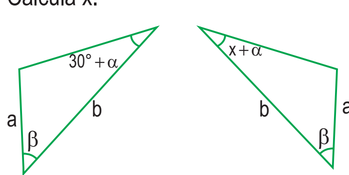
A) 5 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

2 Halla x.



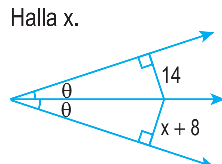
A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 6

3 Calcula x.



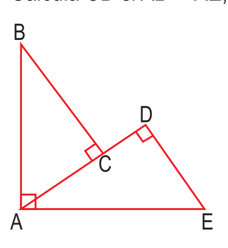
A) 30° B) 40° C) 20°
D) 25° E) 45°

4 Halla x.



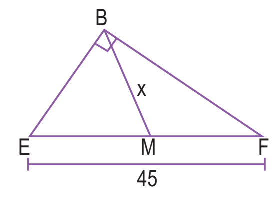
A) 6 B) 8 C) 10
D) 7 E) 20

5 Calcula CD si AB = AE, BC = 12 y DE = 7.



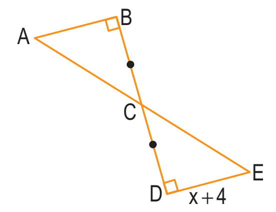
A) 10 B) 5 C) 19
D) 6 E) 12

6 Halla x si BM es mediana.



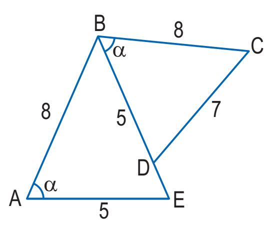
A) 23,5 B) 22 C) 22,5
D) 20 E) 24

7 Calcula x, si AB = 16.



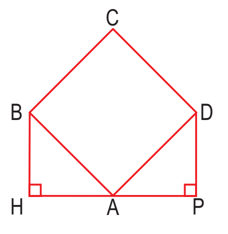
A) 16 B) 13 C) 12
D) 17 E) 14

8 Calcula DE.



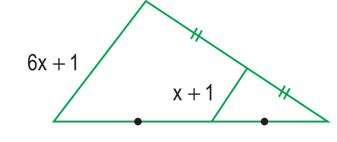
A) 7 B) 3 C) 4
D) 2 E) 6

9 Calcula el perímetro del cuadrado ABCD si PH = 7 y BH = 3.



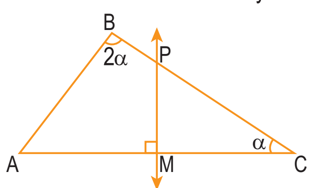
A) 20 B) 12 C) 24
D) 28 E) 16

10 Halla $(x + 1)^2$.



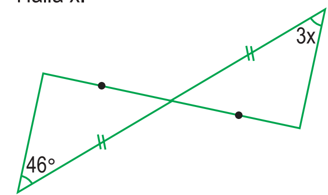
A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{25}{16}$ C) $\frac{16}{25}$
D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{16}{20}$

11 Si $\overleftrightarrow{PM}$ es mediatriz de $\overline{AC}$ y PC = 8, halla AB.



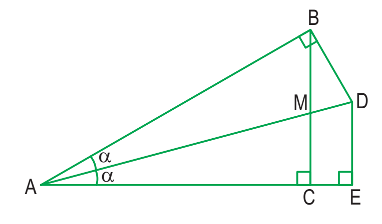
A) 16 B) 7 C) 8
D) 5 E) 24

12 Halla x.



A) 16° B) 17° C) 15,33°
D) 15,37° E) 15°

13 De la figura adjunta, calcula BM si se sabe que BD = 6.



A) 6 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

14 En la figura PC = AB, calcula x.

Q
B 6x
6x P
4x
6x 2x
A C

A) 7° B) 8° C) 5°
D) 9° E) 6°

Claves

1. D	3. A	5. B	7. C	9. A	11. C	13. A
2. B	4. A	6. C	8. D	10. B	12. C	14. D

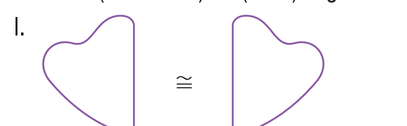


Practiquemos

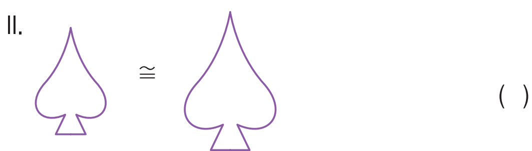
NIVEL 1

Comunicación matemática

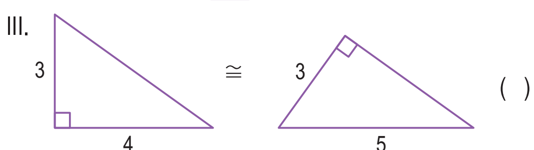
1. Coloca V(verdadero) o F(falso) según corresponda.

I.


( )

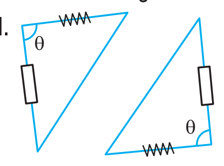
II.


( )

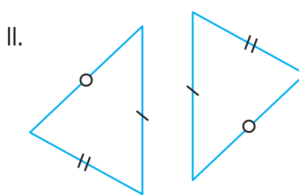
III.


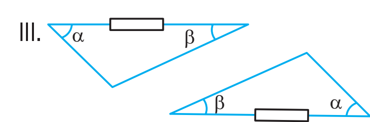
( )

2. Relaciona las figuras con los criterios de congruencia:

I.


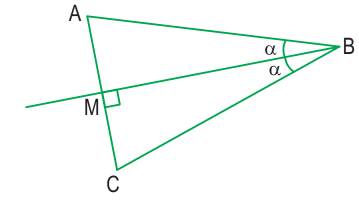
( ) caso LLL

II.

( ) caso ALA

III.


( ) caso LAL

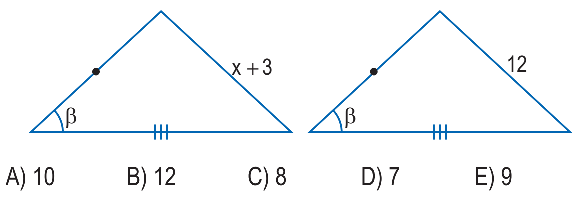
3. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda.



I) $\angle BAC \cong \angle BCA$ ( )
II) $AB > BC$ ( )
III) $MC = AM$ ( )

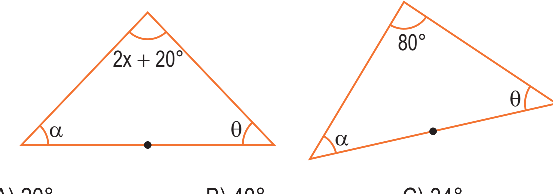
Razonamiento y demostración

4. Halla x.



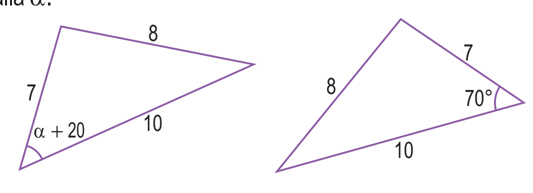
A) 10 B) 12 C) 8 D) 7 E) 9

5. Halla x.



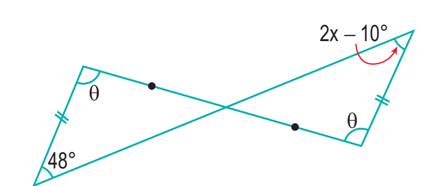
A) 20° B) 40° C) 34°
D) 18° E) 30°

6. Halla α.



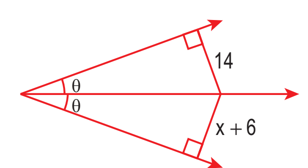
A) 70° B) 60° C) 40°
D) 50° E) 62°

7. Halla x.



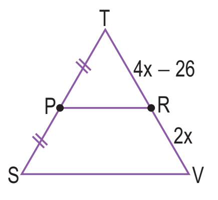
A) 28° B) 26° C) 29° D) 27° E) 31°

8. Halla x.



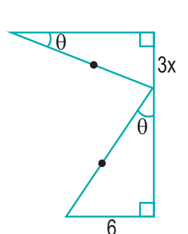
A) 9 B) 7 C) 10 D) 6 E) 8

9. Halla x ($\overline{PR} \parallel \overline{SV}$).



A) 12 B) 15 C) 13 D) 16 E) 17

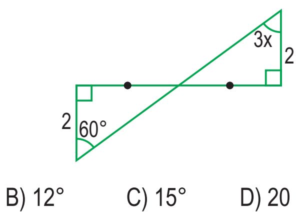
10. Halla x.



A) 1 B) 2,5 C) 1,5
D) 1,05 E) 2

11. Halla x.

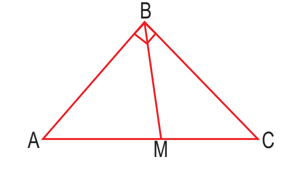




A) 8° B) 12° C) 15° D) 20 E) 10°

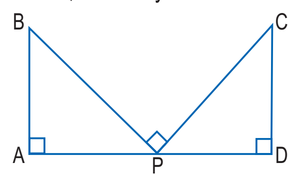
Resolución de problemas

12. Calcula la longitud de la mediana $\overline{BM}$, si AB = 6 y BC = 8.



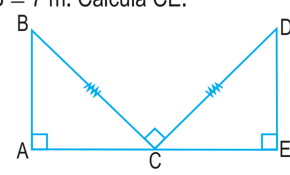
A) 10 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

13. Calcula AD, si AB = 10, CD = 8 y BP = PC.



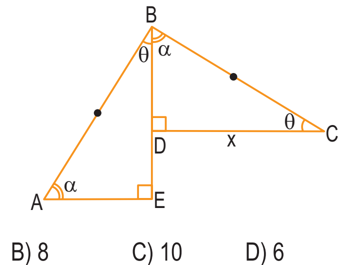
A) 18 B) 15 C) 9 D) 10 E) 20

14. En la figura, AB = 7 m. Calcula CE.



A) 5 m B) 7 m C) 9 m D) 6 m E) 8 m

15. Halla x, si: BD = 4 y DE = 2.

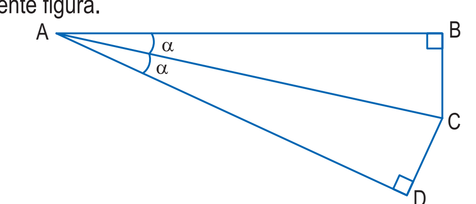


A) 2 B) 8 C) 10 D) 6 E) 9

NIVEL 2

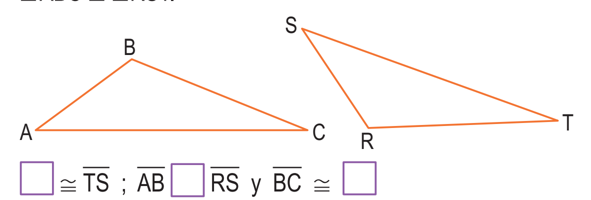
Comunicación matemática

16. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda en la siguiente figura.



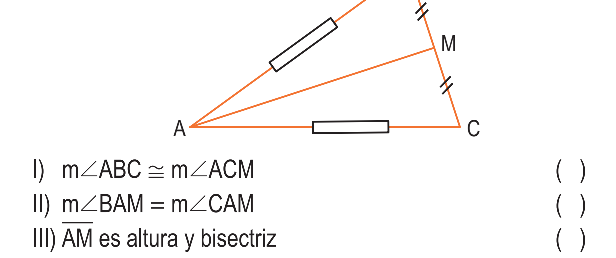
I) AB = AC ( )
II) BC = CD ( )
III) AD = AB ( )

17. Completa los recuadros en blanco para que se cumpla que $\triangle ABC \cong \triangle RST$.



$\square \cong \overline{TS}$; $\overline{AB}\ \square\ \overline{RS}$ y $\overline{BC} \cong \square$

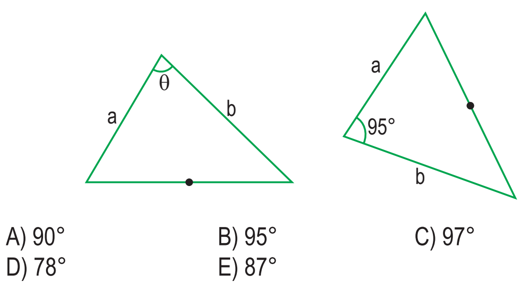
18. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:



I) m∠ABC ≅ m∠ACM ( )
II) m∠BAM = m∠CAM ( )
III) $\overline{AM}$ es altura y bisectriz ( )

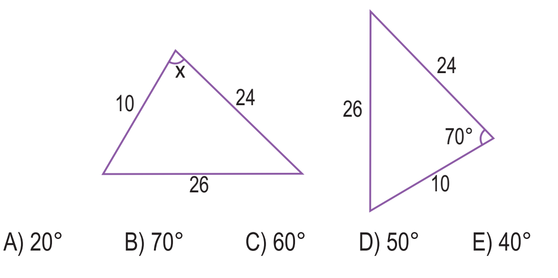
Razonamiento y demostración

19. Halla θ.



A) 90° B) 95° C) 97°
D) 78° E) 87°

20. Halla x.

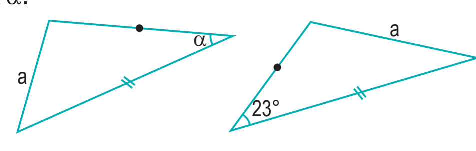


A) 20° B) 70° C) 60° D) 50° E) 40°

21. Halla x.

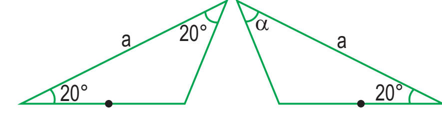
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

22. Halla α.



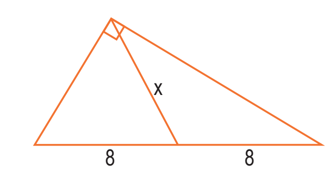
A) 18° B) 20° C) 25°
D) 26° E) 23°

23. Halla α.



A) 40° B) 30° C) 10°
D) 18° E) 20°

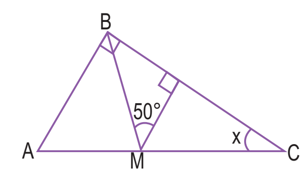
24. Halla x.



A) 4 B) 2 C) 8
D) 6 E) 5

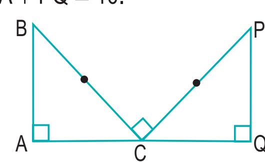
Resolución de problemas

25. Si AM = MC, calcula x.



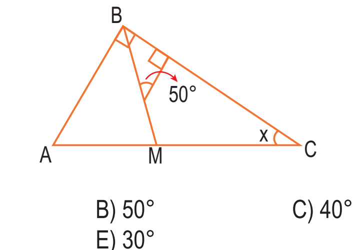
A) 20° B) 40° C) 50°
D) 30° E) 10°

26. Calcula AQ, si BA + PQ = 10.



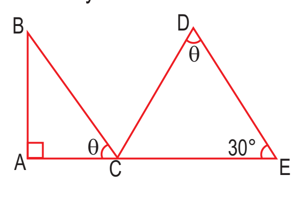
A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

27. Si $\overline{BM}$ es mediana, calcula x.



A) 45° B) 50° C) 40°
D) 60° E) 30°

28. Calcula CE, si BC = DC y AB = 6.

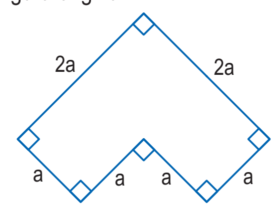


A) 10 B) 11 C) 13
D) 14 E) 12

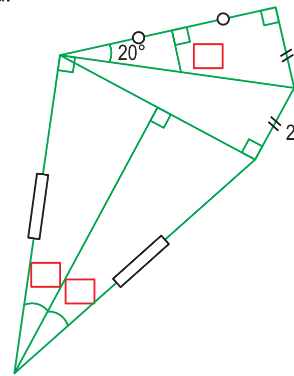
NIVEL 3

Comunicación matemática

29. Divide la siguiente figura en cuatro figuras congruentes y semejantes a la figura original.



30. Completa los recuadros con los valores que aparecen en la siguiente figura.

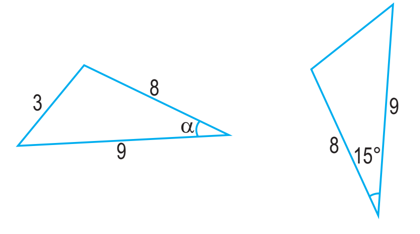


31. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

I. A pesar de tener diferentes orientaciones dos figuras idénticas no dejarán de ser congruentes. ( )
II. La mediana relativa a la hipotenusa determina en un triángulo rectángulo dos triángulos congruentes. ( )
III. La altura relativa a la base de un triángulo isósceles determina dos triángulos isósceles. ( )

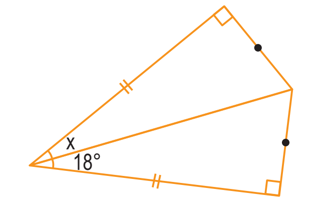
Razonamiento y demostración

32. Halla α.



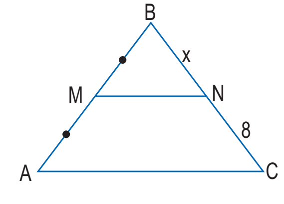
A) 75 B) 30° C) 15° D) 18° E) 21°

33. Halla x.



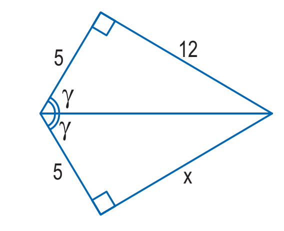
A) 20° B) 24° C) 15° D) 18° E) 16°

34. Si $\overline{MN} // \overline{AC}$, halla x.



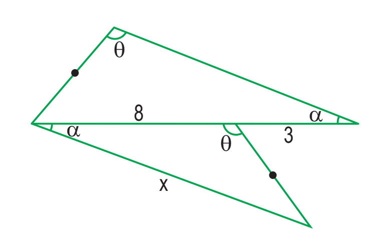
A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) 16

35. Halla x.



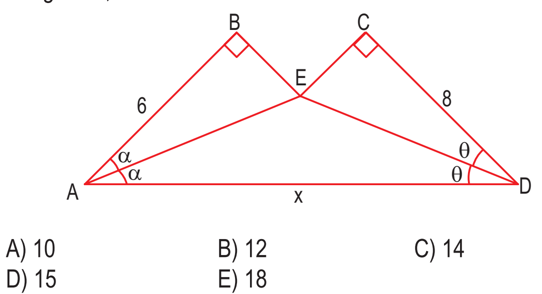
A) 5 B) 13 C) $5\sqrt{2}$ D) 12 E) 8

36. Halla α.



A) 3 B) 8 C) 15
D) 22 E) 11

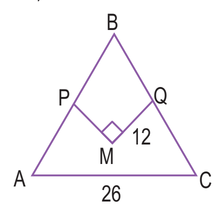
37. Del gráfico, calcula x.



A) 10 B) 12 C) 14
D) 15 E) 18

Resolución de problemas

38. Si AP = PB y BQ = QC, calcula PM.



A) 13 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

39. Calcula el perímetro de un triángulo ABC, si AB + BC = 20 y el segmento que une los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ mide 6.

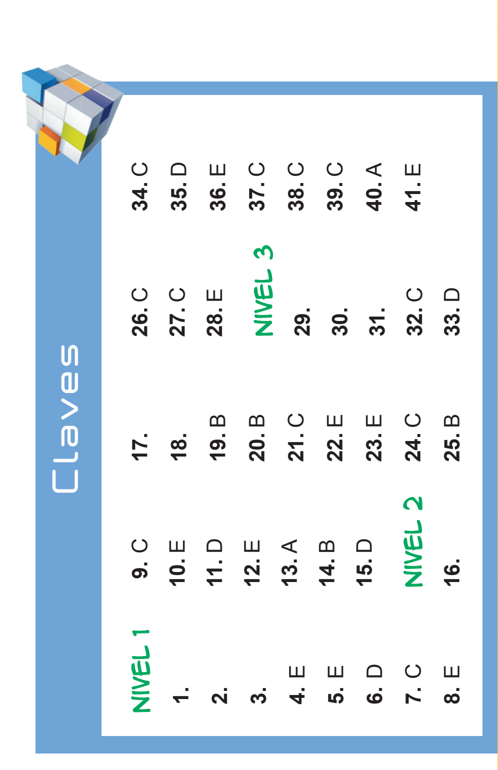
A) 26 B) 30 C) 32
D) 34 E) 36

40. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, AB = 4 y AC = 10. Si la bisectriz interior del ángulo A y la mediatriz de $\overline{AC}$, se intersecan en el punto P. Calcula la distancia de P a $\overline{BC}$.

A) 1 B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$
D) 3 E) 4

41. En un triángulo rectángulo ABC, se traza la bisectriz interior $\overline{AE}$. Si 5(BE) = 4(EC), halla m∠ACB.

A) 37° B) 30° C) 60°
D) 45° E) 53°





Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: POLÍGONOS

1 ¿Cuál es el polígono regular cuyo ángulo interno mide 150°?

A) Pentadecágono
B) Triángulo
C) Octágono
D) Dodecágono
E) Icoságono

2 Calcula la suma de las medidas de los ángulos internos de un dodecágono convexo.

A) 1600°
B) 1700°
C) 1080°
D) 1800°
E) 1440°

3 ¿Cuánto mide cada ángulo interior de un hexágono regular?

A) 140°
B) 120°
C) 170°
D) 90°
E) 108°

4 ¿Cuántas diagonales tiene el polígono regular cuyos ángulos internos miden 120°?

A) 8
B) 9
C) 10
D) 11
E) 12

5 ¿Cuál es el polígono que tiene 119 diagonales? Da el número de lados.

A) 13
B) 15
C) 17
D) 19
E) 21

6 ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos internos de un polígono regular de 18 lados?

A) 120°
B) 130°
C) 160°
D) 100°
E) 108°

7 ¿Cómo se llama el polígono convexo cuya suma de las medidas de sus ángulos internos es igual a 1080°?

A) Octógono
B) Pentágono
C) Endecágono
D) Decágono
E) Hexágono

8 Calcula el número de lados que tiene el polígono regular, si la medida de cada ángulo exterior es 72°.

A) 10 lados
B) 8 lados
C) 7 lados
D) 6 lados
E) 5 lados

9 ¿Cuántas diagonales tiene un cuadrilátero?

A) 10
B) 9
C) 8
D) 5
E) 2

10 ¿Cuántas diagonales tiene un octógono?

A) 20
B) 30
C) 35
D) 15
E) 25

11 ¿Cuántas diagonales pueden trazarse en un polígono cuya suma de sus ángulos internos es 1980°?

A) 130
B) 65
C) 100
D) 80
E) 120

12 Los ángulos externos de un polígono regular miden cada uno 1/5 de un ángulo recto. ¿Cómo se llama el polígono?

A) Endecágono
B) Dodecágono
C) Icoságono
D) Decágono
E) Octógono

13 ¿Cómo se llama el polígono que tiene 35 diagonales?

A) Hexágono
B) Decágono
C) Tridecágono
D) Dodecágono
E) Octógono

14 ¿Cuántas diagonales tiene un hexágono?

A) 9
B) 10
C) 11
D) 12
E) 13

Claves

1. D 2. D 3. B 4. B 5. C 6. C 7. A 8. E 9. E 10. A 11. B 12. C 13. B 14. A

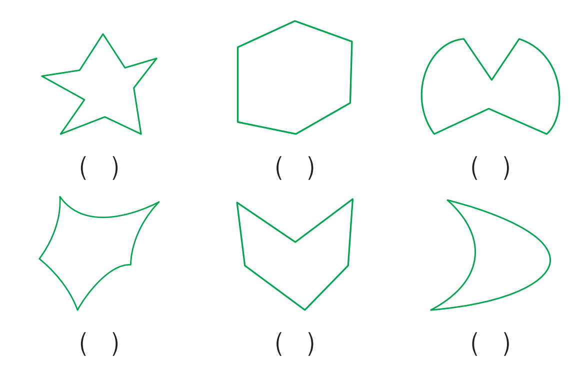
Practiquemos



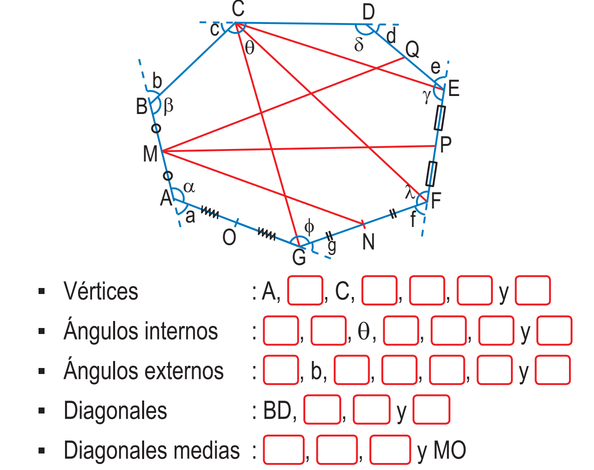
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Marca con un (X) las figuras que no son polígonos.



2. Completa según corresponda:



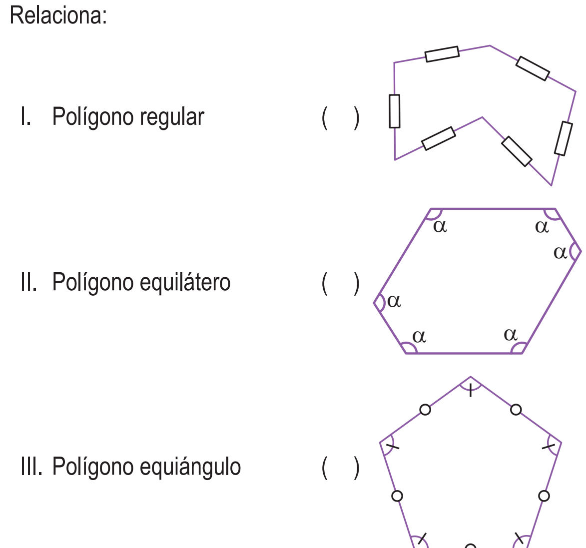
- Vértices : A, ☐, C, ☐, ☐, ☐ y ☐
- Ángulos internos : ☐, ☐, θ, ☐, ☐, ☐ y ☐
- Ángulos externos : ☐, b, ☐, ☐, ☐, ☐ y ☐
- Diagonales : BD, ☐, ☐ y ☐
- Diagonales medias : ☐, ☐, ☐ y MO

3. Relaciona:

I. Polígono regular ( )

II. Polígono equilátero ( )

III. Polígono equiángulo ( )



Razonamiento y demostración

4. Halla la suma de ángulos internos de un hexágono.

A) 640° B) 720° C) 660° D) 480° E) 360°

5. Halla la suma de ángulos internos de un polígono de 45 lados.

A) 7740° B) 7650° C) 7820° D) 7810° E) 7910°

6. Halla la suma de ángulos externos de un icoságono.

A) 720° B) 180° C) 360° D) 400° E) 900°

7. Halla el total de diagonales de un decágono.

A) 36 B) 42 C) 38 D) 35 E) 42

8. Calcula la suma de los ángulos internos de un polígono de 28 lados.

A) 4780° B) 4280° C) 5240° D) 4680° E) 5360°

Resolución de problemas

9. ¿En qué polígono convexo la suma de ángulos internos es 1260°?

A) Decágono B) Octógono C) Hexágono
D) Pentágono E) Nonágono

10. Calcula el número de diagonales del polígono convexo que tiene 10 ángulos internos.

A) 40 B) 35 C) 20 D) 30 E) 27

11. Halla el número de diagonales del polígono regular cuyo ángulo interno es 135°.

A) 20 B) 16 C) 9 D) 35 E) 27

12. ¿En qué polígono el número de diagonales es igual a seis veces el número de lados?

A) Icoságono B) Hexágono C) Octógono
D) Decágono E) Pentadecágono

13. ¿Cuántas diagonales se pueden trazar en un polígono regular en el que su ángulo exterior es 40°?

A) 15 B) 12 C) 20 D) 27 E) 30

14. Calcula la medida del ángulo central del polígono regular cuyo número de vértices es igual al número de diagonales.

A) 60° B) 90° C) 120° D) 45° E) 72°

15. Halla el número de vértices del polígono cuyo número de diagonales más el número de lados es 105.

A) 12 B) 13 C) 15 D) 16 E) 14

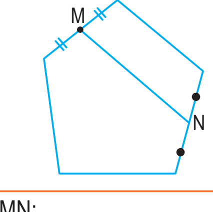
16. Calcula el ángulo formado por las mediatrices de dos lados consecutivos de un nonágono regular.

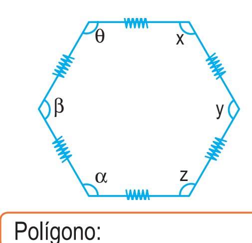
A) 30° B) 40° C) 50°
D) 60° E) 80°

NIVEL 2

Comunicación matemática

17. Completa los recuadros en los siguientes casos:





MN:

Polígono:

18. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. El número de vértices es igual al número de ángulos internos. ( )

II. Un polígono equiángulo es aquel cuyos ángulos interiores son de igual medida. ( )

III. Un polígono equilátero puede ser convexo o no convexo. ( )

19. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Para todo polígono la suma de los ángulos exteriores es 360°. ( )

II. El número total de diagonales es mayor que el número total de diagonales medias. ( )

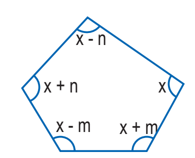
III. Si el número de lados de un polígono aumenta también aumenta su ángulo interior. ( )

Razonamiento y demostración

20. Halla el total de diagonales de un polígono de 30 lados.

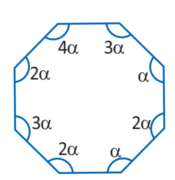
A) 405 B) 410 C) 420 D) 415 E) 316

21. Halla x.



A) 112° B) 116° C) 118° D) 128° E) 108°

22. Halla α.



A) 60° B) 18° C) 30° D) 20° E) 25°

23. Halla el número de diagonales de un icoságono.

A) 160 B) 200 C) 180 D) 170 E) 150

24. Halla la medida del ángulo interno de un dodecágono equiángulo.

A) 130° B) 120° C) 160° D) 150° E) 110°

Resolución de problemas

25. La suma del número de diagonales más el número de vértices de un polígono es igual al doble del número de lados. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

A) 6 B) 5 C) 10
D) 8 E) 15

26. ¿Cuántas diagonales se pueden trazar en un polígono regular en el que su ángulo exterior mide 40°?

A) 15 B) 12 C) 20
D) 27 E) 30

27. En un polígono, el número de sus diagonales más el doble del número de sus vértices es igual a 6, calcula el número de lados.

A) 4 B) 5 C) 8 D) 3 E) 6

28. La suma del número de diagonales más el número de vértices de un polígono es igual al doble del número de lados. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

A) 6 B) 5 C) 10 D) 8 E) 15

29. El número de ángulos externos de un polígono regular es igual al doble del número de ángulos externos de otro polígono regular. Si la suma de las medidas de los ángulos interiores del primero es igual al triple de la suma de las medidas de los ángulos interiores del segundo, calcula la suma de las medidas de los ángulos internos del primero.

A) 900° B) 800° C) 1080° D) 700° E) 600°

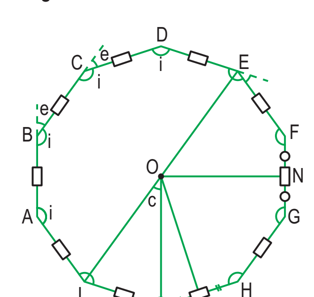
30. La suma de los números de lados de dos polígonos equiángulos es 12. Si la razón de las medidas de sus ángulos exteriores es de 2 a 1, respectivamente, calcula la razón entre las medidas de sus ángulos interiores.

A) $\frac{2}{3}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 4

NIVEL 3

Comunicación matemática

31. Completa los recuadros, si la siguiente figura es un polígono regular:



I. Medida del ángulo interno:

$$m\angle i = \frac{180°(\square - 2)}{\square}$$

II. Medida del ángulo externo:

$$m\angle e = \frac{360°}{\square}$$

III. Medida del ángulo central:

$$m\angle c = \frac{360°}{\square}$$

32. Del problema anterior relaciona los siguientes conceptos:

I. $\overline{ON}$ y $\overline{MN}$ ( ) Lados.
II. $\overline{AB}$ y $\overline{FG}$ ( ) Diagonal media.
III. $\overline{JE}$ y $\overline{CH}$ ( ) Diagonales.

33. Del problema n.° 1 coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. EJ = 2(OE) ( )
II. MN = 2(ON) ( )
III. $(OE)^2 = (ON)^2 + (IH)^2$ ( )

Razonamiento y demostración

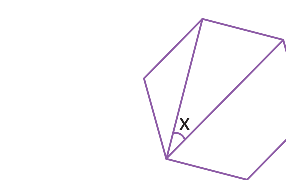
34. Halla la suma de ángulos internos del polígono no convexo mostrado.

A) 1080°
B) 900°
C) 1260°
D) 720°
E) 1340°

35. Si el polígono es regular, calcula x.

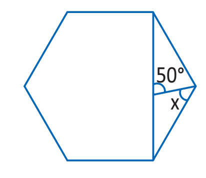
A) 36°
B) 72°
C) 18°
D) 20°
E) 10°

36. Si el polígono es regular, calcula x.



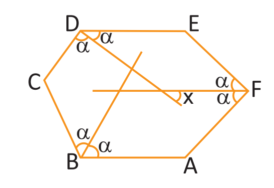
A) 30°
B) 60°
C) 70°
D) 180°
E) 50°

37. En el hexágono regular, calcula x.



A) 40°
B) 50°
C) 30°
D) 20°
E) 10°

38. Calcula x, si ABCDEF es un hexágono equiángulo.



A) 70°
B) 45°
C) 30°
D) 80°
E) 60°

Resolución de problemas

39. Halla el número de vértices del polígono convexo cuya suma de ángulos internos más la suma de ángulos externos es 1980°.

A) 12 B) 13 C) 10 D) 9 E) 11

40. Si la relación del ángulo interior y exterior de un polígono regular es de 7 a 2, halla el número total de diagonales.

A) 27 B) 20 C) 35 D) 44 E) 56

41. Halla el número de lados del polígono convexo en el cual al aumentar en 4 el número de lados, la suma de ángulos internos se duplica.

A) 8 B) 6 C) 9 D) 7 E) 10

42. Se tiene un octógono equiángulo ABCDEFGH, en el cual: AB = 2; BC = $\sqrt{2}$ y CD = 3. Halla AD.

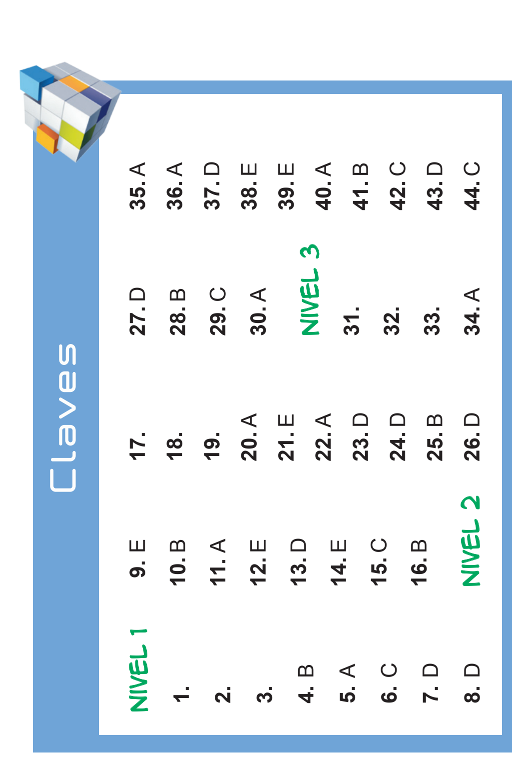
A) 8 B) 6 C) 5 D) 7 E) 10

43. Cada lado de un polígono regular mide 6 m. Si el perímetro equivale al número que expresa el total de diagonales, calcula la medida de un ángulo central.

A) 12° B) 15° C) 20° D) 24° E) 30°

44. ¿En qué polígono el número de diagonales medias más el número total de diagonales es igual a 35?

A) Triángulo B) Hexágono C) Heptágono
D) Octógono E) Nonágono





Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: CUADRILÁTEROS

1 Halla x.

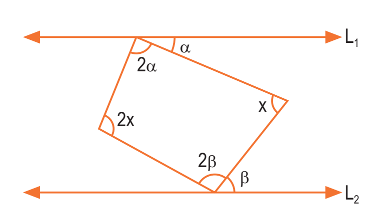


A) 19°20’ B) 20° C) 20°24’
D) 12°24’ E) 10°24’

2 En un paralelogramo ABCD las medidas de los ángulos consecutivos A y B son: 7x – 30° y 3x + 10°, respectivamente. Halla x.

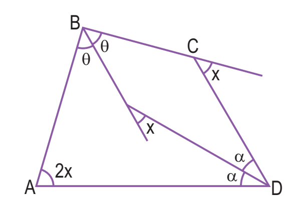
A) 70° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 50°

3 Si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula el valor de x.



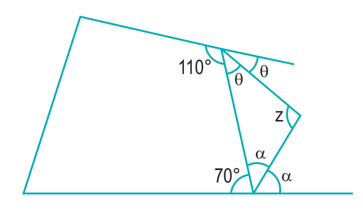
A) 24° B) 30° C) 36°
D) 54° E) 72°

4 Del gráfico, calcula x.



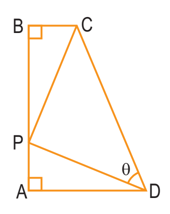
A) 30° B) 36° C) 45°
D) 60° E) 75°

5 Halla z.



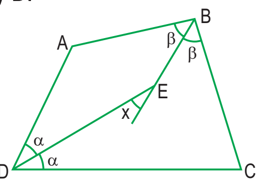
A) 96° B) 92° C) 86°
D) 90° E) 80°

6 Del gráfico mostrado, BC = PA y BP = AD. Calcula θ.



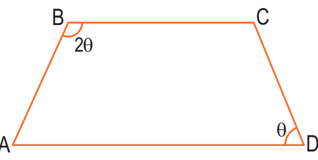
A) 37° B) 53° C) 30°
D) 45° E) 60°

7 En un cuadrilátero ABCD, $m\angle A - m\angle C = 22°$. Halla la medida del menor ángulo que forman las bisectrices de los ángulos B y D.



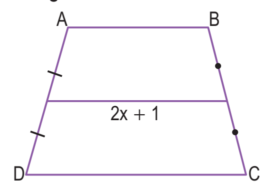
A) 22° B) 11° C) 33°
D) 44° E) 20°

8 En la figura $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, AB = 4 m y BC = 8 m. Calcula AD.



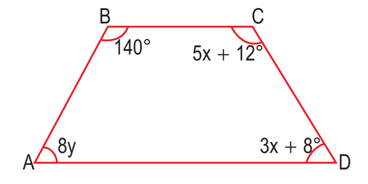
A) 12 m B) 13 m C) 14 m
D) 16 m E) 15 m

9 Del gráfico calcula x, si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, AB = 4 m y CD = 10 m.



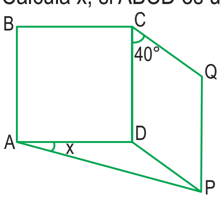
A) 6 m B) 4 m C) 3 m
D) 7 m E) 5 m

10 La figura ABCD es un trapecio, halla $\frac{y}{x}$.



A) 2/6 B) 1/4 C) 8/11
D) 3/7 E) 3/5

11 Calcula x, si ABCD es un cuadrado y CDPQ es un rombo.



A) 25° B) 30° C) 40°
D) 60° E) 15°

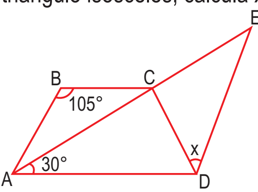
12 ABCD es un cuadrilátero no convexo. Si $m\angle C - m\angle A = 32°$, halla la medida del menor ángulo formado por las bisectrices de los ángulos B y D.

A) 32° B) 16° C) 64°
D) 8° E) 40°

13 En un trapecio el segmento que une los puntos medios de las diagonales mide 9 m y la suma de sus bases es 30 m. Halla la base mayor.

A) 36 m B) 30 m C) 45 m
D) 24 m E) 40 m

14 En la figura, ABCD es un trapecio isósceles y ADE es un triángulo isósceles, calcula x.



A) 45° B) 50° C) 60°
D) 55° E) 47°

Claves

1. B	3. E	5. D	7. B	9. C	11. A	13. D
2. B	4. B	6. D	8. A	10. B	12. B	14. A

Practiquemos

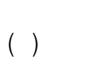


NIVEL 1

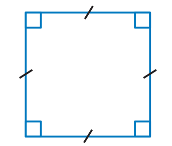
Comunicación matemática

1. Relaciona:

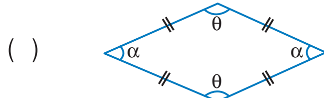
I. Rombo ( )



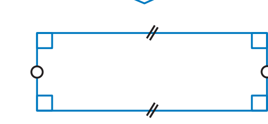
II. Rectángulo ( )



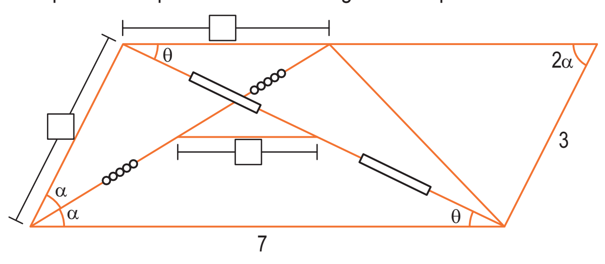
III. Cuadrado ( )



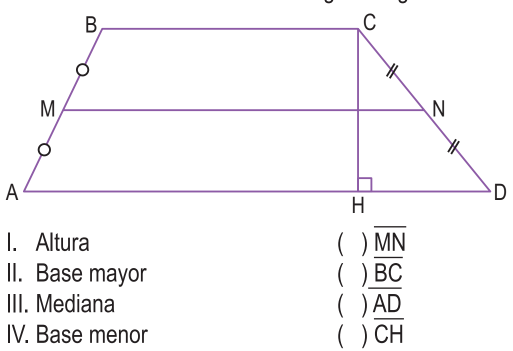
IV. Romboide ( )



2. Completa los espacios en blanco según corresponda:



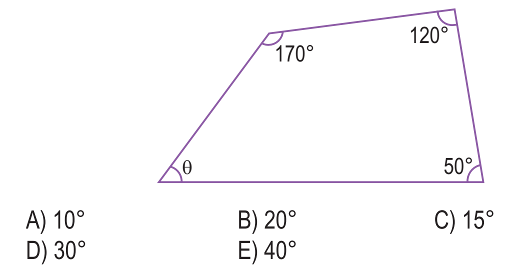
3. Relaciona teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Altura ( ) $\overline{MN}$
II. Base mayor ( ) $\overline{BC}$
III. Mediana ( ) $\overline{AD}$
IV. Base menor ( ) CH

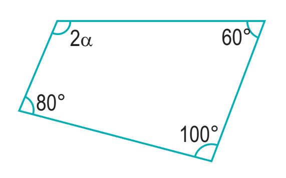
Razonamiento y demostración

4. Halla θ.



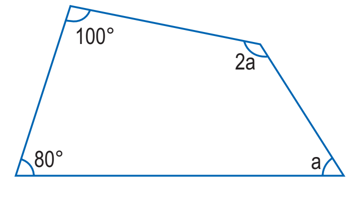
A) 10° B) 20° C) 15°
D) 30° E) 40°

5. Calcula α.



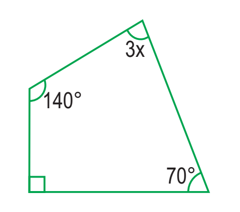
A) 56° B) 35° C) 30°
D) 60° E) 65°

6. Halla a.



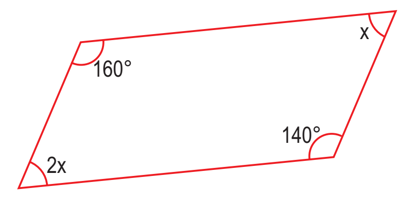
A) 50° B) 60° C) 40°
D) 30° E) 56°

7. Halla x.



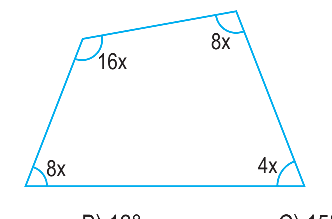
A) 10° B) 15° C) 25°
D) 20° E) 23°

8. Calcula x.



A) 10° B) 15° C) 20°
D) 25° E) 35°

9. Halla x.



A) 18° B) 12° C) 15°
D) 20° E) 10°

Resolución de problemas

10. En un cuadrilátero ABCD: $m\angle A = 72°$; $m\angle B = 86°$ y $m\angle C = 98°$. Calcula la $m\angle D$.

A) 100° B) 102° C) 104°
D) 103° E) 110°

11. Si un ángulo interior de un trapecio isósceles mide 60°, calcula el valor de los otros ángulos.

A) 120° B) 130° C) 140°
D) 150° E) 160°

12. Las bases y la mediana de un trapecio suman 45 m. Halla la mediana.

A) 10 m B) 11 m C) 12 m
D) 15 m E) 16 m

13. El perímetro de un paralelogramo es 16 cm; si la longitud de un lado es 5 cm, halla la longitud del lado menor.

A) 2 cm B) 3 cm C) 4 cm
D) 5 cm E) 6 cm

14. Halla el menor ángulo de un cuadrilátero, sabiendo que los ángulos son proporcionales a los números: 2; 3; 5 y 8.

A) 84° B) 40° C) 45°
D) 48° E) 60°

15. Halla la mediana de un trapecio de bases 10 m y 18 m.

A) 10 m B) 11 m C) 12 m
D) 14 m E) 15 m

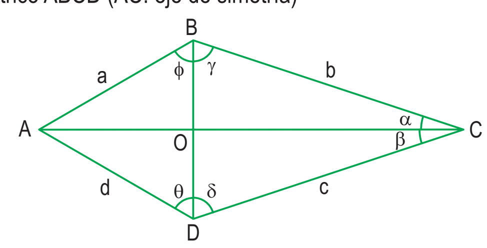
NIVEL 2

Comunicación matemática

16. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

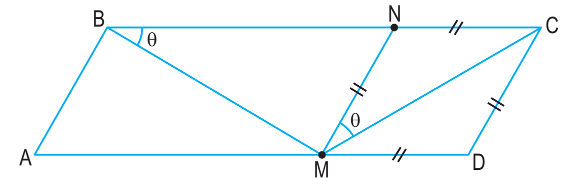
I. Un cuadrilátero posee tres diagonales. ( )
II. Los ángulos internos de un cuadrilátero suman 180°. ( )
III. Los ángulos opuestos de un romboide son iguales. ( )

17. Rellena los recuadros con los valores indicados en el trapezoide simétrico ABCD ($\overline{AC}$: eje de simetría)



I. a = ☐ y ☐ = c
II. ϕ = ☐ y ☐ = β
III. ☐ + α = β + ☐ = 90°

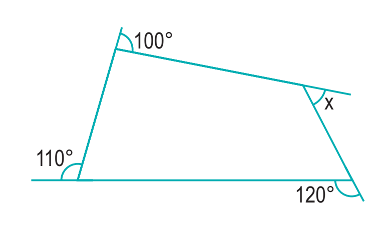
18. Si ABCD es un paralelogramo, indica con (V) la opción correcta y con (F) la incorrecta.



I) BM = MC y AB = MD ( )
II) BM > MC y BN > NC ( )
III) BM < MC y AM < BN ( )

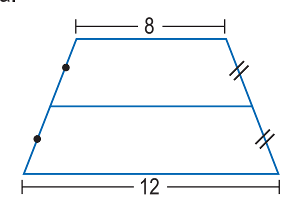
Razonamiento y demostración

19. Halla x.



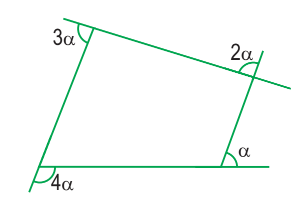
A) 20° B) 50° C) 30°
D) 10° E) 40°

20. Halla la mediana.



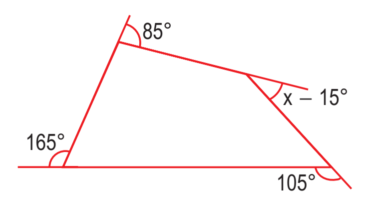
A) 9 B) 11 C) 12
D) 8 E) 10

21. Halla α.



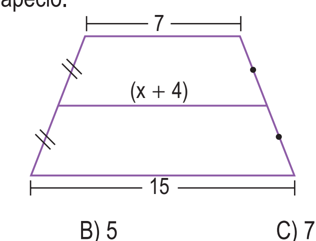
A) 32° B) 40° C) 42°
D) 43° E) 36°

22. Halla x.



A) 25° B) 24° C) 30°
D) 20° E) 18°

23. Halla x en el trapecio.



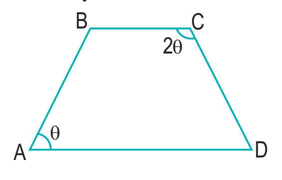
A) 6 B) 5 C) 7
D) 4 E) 3

Resolución de problemas

24. El perímetro de un trapecio isósceles es igual a 50 cm. Los lados no paralelos miden 15 cm cada uno. Calcula la mediana del trapecio.

A) 5 cm B) 10 cm C) 8 cm
D) 12 cm E) 6 cm

25. Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, BC = 6 m y CD = 9 m, calcula AD.



A) 15 m B) 14 m C) 13 m
D) 18 m E) 12 m

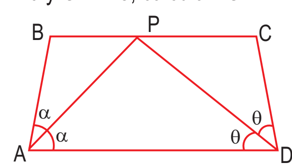
26. Se tiene un cuadrado ABCD. En la prolongación de $\overline{AD}$ se ubica un punto E, tal que m∠ACE = 105°. Calcula el perímetro del cuadrado si CE = 8 m.

A) 8 m B) 12 m C) 16 m
D) 20 m E) 36 m

27. Calcula la altura de un trapecio ABCD, si la distancia del punto de corte de las bisectrices interiores del ∠C y del ∠D al lado $\overline{CD}$ es 9 m.

A) 16 m B) 18 m C) 9 m
D) 15 m E) 20 m

28. Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, AB = 6 y CD = 8, calcula BC.

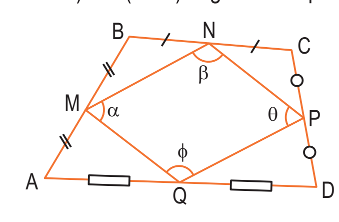


A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

NIVEL 3

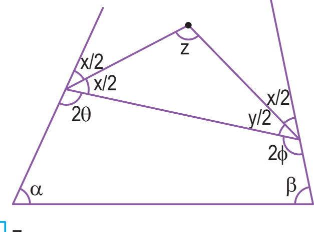
Comunicación matemática

29. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:



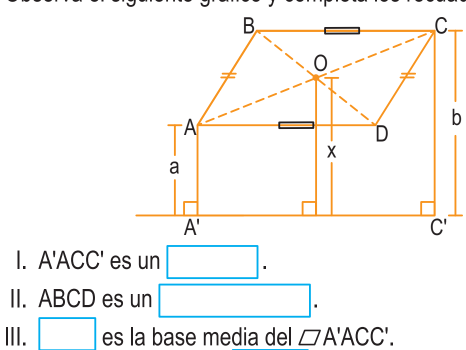
I. $\alpha + \beta = 180°$ ( )
II. $\alpha = \theta$ ( )
III. $\overline{NP} \cong \overline{PQ}$ ( )

30. Rellena los recuadros con los símbolos +; – o =, de acuerdo al siguiente gráfico:



I. θ ☐ ϕ ☐ z
II. x ☐ y ☐ α ☐ β
III. 360° ☐ α ☐ β ☐ 2θ ☐ 2ϕ

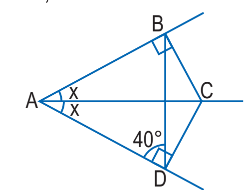
31. Observa el siguiente gráfico y completa los recuadros:



I. A'ACC' es un ☐.
II. ABCD es un ☐.
III. ☐ es la base media del ▱A'ACC'.
IV. Se cumple que: x = ☐.

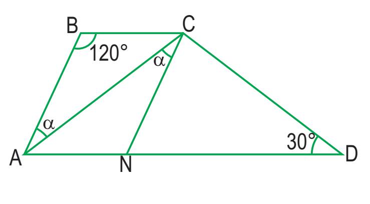
Razonamiento y demostración

32. En el siguiente gráfico, calcula x.



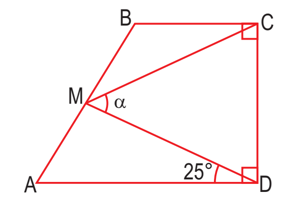
A) 60° B) 30° C) 45°
D) 40° E) 50°

33. ABCD es un trapecio ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$). Calcula α, si AC = CD.



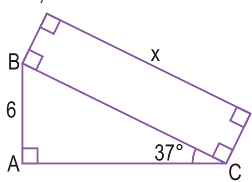
A) 30° B) 40° C) 50° D) 60° E) 45°

34. Si BM = MA, calcula α.



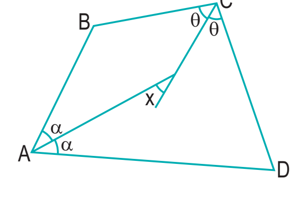
A) 40° B) 45° C) 50° D) 55° E) 60°

35. En el siguiente gráfico, halla x.



A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

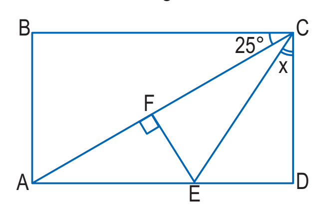
36. Si la m∠B = m∠D + 62°, calcula x.



A) 30° B) 62° C) 41°
D) 21° E) 31°

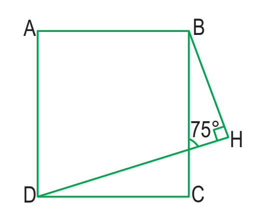
Resolución de problemas

37. En la figura, ABCD es un rectángulo AF = FC, calcula x.



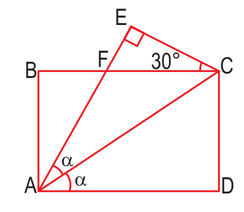
A) 25° B) 30° C) 35°
D) 40° E) 50°

38. Según el gráfico, ABCD es un cuadrado, AB = 4 m. Calcula BH.



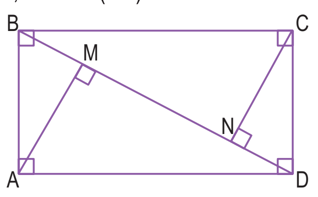
A) 3 m B) 2 m C) $2\sqrt{3}$ m
D) $2\sqrt{2}$ m E) $\sqrt{3}$ m

39. En la figura, ABCD es un rectángulo, AC = $4\sqrt{3}$ m. Calcula FC.



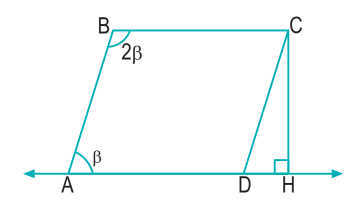
A) 4 m B) $2\sqrt{3}$ m C) $2\sqrt{2}$ m
D) 2 m E) $4\sqrt{3}$ m

40. Según el gráfico, MN = 3(ND) = 12 cm. Calcula BD.



A) 18 cm B) 20 cm C) 23 cm
D) 24 cm E) 26 cm

41. Del gráfico calcula CH, si ABCD es un paralelogramo y AB = 6 m.



A) 3 m B) $3\sqrt{3}$ m C) 2 m
D) $2\sqrt{3}$ m E) 4 m

Claves

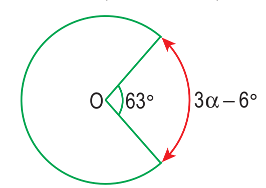
NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	8. C	16.	23. C	29.	37. D
2.	9. E	17.	24. B	30.	38. D
3.	10. C	18.	25. A	31.	39. A
4. B	11. A	19. C	26. C	32. E	40. B
5. D	12. D	20. E	27. B	33. A	41. B
6. B	13. B	21. E	28. B	34. C	
7. D	14. B	22. D		35. B	
	15. D			36. E	

Aplicamos lo aprendido



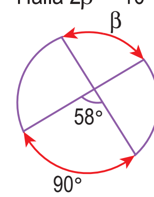
TEMA 4: CIRCUNFERENCIA

1 Halla α. (O es centro).



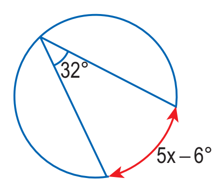
A) 20° B) 32° C) 23°
D) 18° E) 60°

2 Halla $2\beta - 10°$.



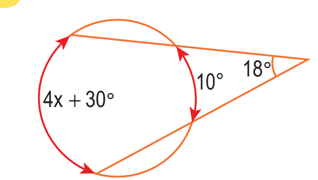
A) 42° B) 50° C) 60°
D) 80° E) 70°

3 Halla x.



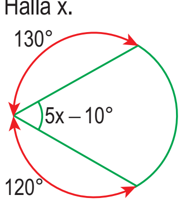
A) 10° B) 11° C) 12°
D) 13° E) 14°

4 Halla x.



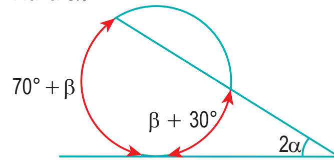
A) 1° B) 2° C) 5°
D) 4° E) 3°

5 Halla x.



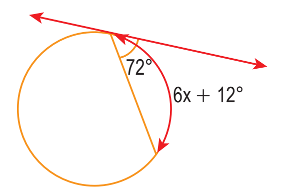
A) 13° B) 15° C) 17°
D) 19° E) 21°

6 Halla α.



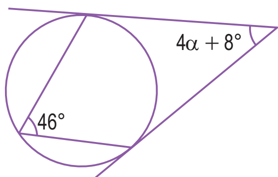
A) 15° B) 60° C) 40°
D) 20° E) 10°

7 Halla x.



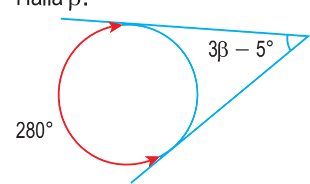
A) 22° B) 30° C) 42°
D) 50° E) 60°

8 Halla α.



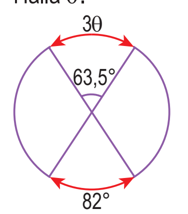
A) 30° B) 20° C) 50°
D) 10° E) 15°

9 Halla β.



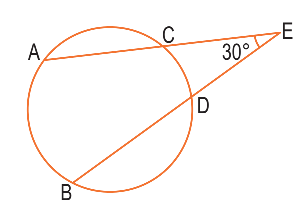
A) 30° B) 35° C) 15°
D) 12° E) 11°

10 Halla θ.



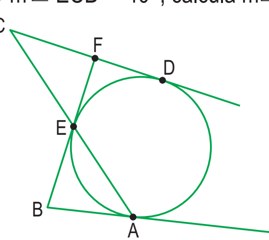
A) 20° B) 30° C) 35°
D) 15° E) 25°

11 Si $m\widehat{AB} = 2(m\widehat{CD})$, calcula $m\widehat{CD}$.



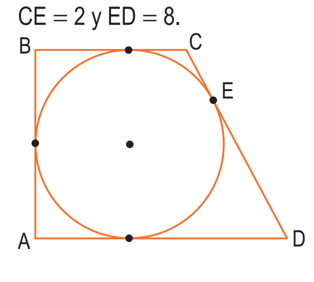
A) 70° B) 60° C) 45°
D) 65° E) 75°

12 En la figura A, E y D son puntos de tangencia, si m∠ABE = 80° y m∠ ECD = 40°, calcula m∠ EDC.



A) 30° B) 37° C) 45°
D) 53° E) 60°

13 Calcula el perímetro del trapecio rectángulo mostrado, si CE = 2 y ED = 8.



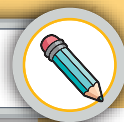
A) 40 B) 36 C) 32
D) 24 E) 28

14 En la figura, calcula x, si O es el centro de la circunferencia; además BP = 7 y R = 3.

A) 45° B) 30° C) 37°
D) 53° E) 60°

Claves

1. C	3. E	5. A	7. A	9. B	11. B	13. B
2. A	4. D	6. E	8. B	10. D	12. C	14. C

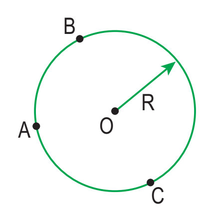


Practiquemos

NIVEL 1

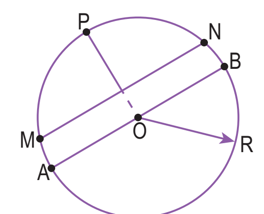
Comunicación matemática

1. Coloca V (verdadero) o F (falso) si O es centro de la circunferencia:



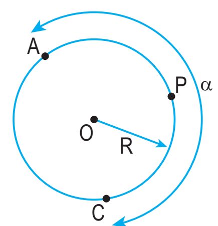
I. $m\widehat{AB} + m\widehat{BC} + m\widehat{CA} = 360°$ ( )
II. $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ ( )
III. $\widehat{ABC} \cong \widehat{CAB}$ ( )

2. Relaciona de acuerdo al siguiente gráfico (O es centro de la circunferencia).



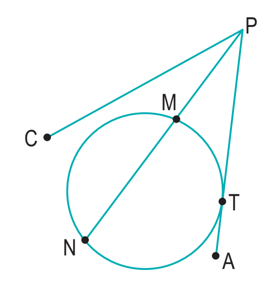
I. Radio ( ) $\overline{MN}$
II. Diámetro ( ) $\overline{PM}$
III. Cuerda ( ) $\overline{OR}$
IV. Sagita ( ) $\overline{AB}$

3. Coloca ✓ (correcto) o ✗ (incorrecto) según el gráfico.



La notación del arco α es:
I. $\widehat{APC}$ ( )
II. $\widehat{AC}$ ( )
III. $\widehat{PAC}$ ( )

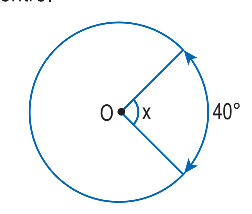
4. Según la figura completa los recuadros:



I. Recta exterior: ☐
II. Recta tangente: ☐
III. Recta secante: ☐
IV. Arcos: ☐, ☐ y ☐

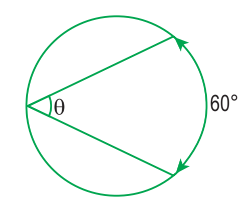
Razonamiento y demostración

5. Halla x, si O es centro.



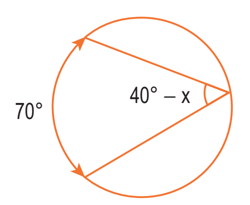
A) 50° B) 30° C) 40°
D) 35° E) 45°

6. Halla θ.



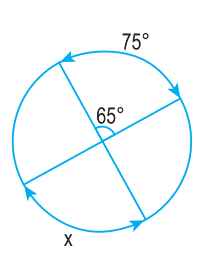
A) 32° B) 24° C) 18°
D) 30° E) 20°

7. Halla x.



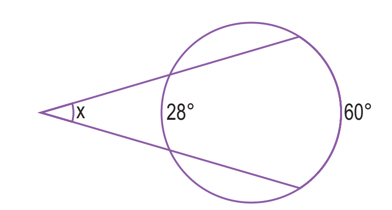
A) 6° B) 10° C) 15°
D) 5° E) 25°

8. Halla x.



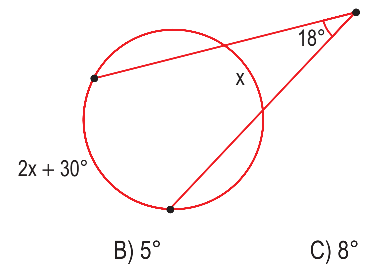
A) 48° B) 56° C) 49°
D) 45° E) 55°

9. Halla x.



A) 12° B) 14° C) 18°
D) 15° E) 16°

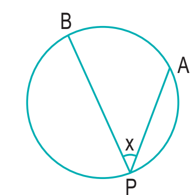
10. Halla x.



A) 6° B) 5° C) 8°
D) 9° E) 16°

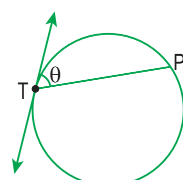
Resolución de problemas

11. Halla x, si m$\overset{\frown}{AB}$ = 70°.



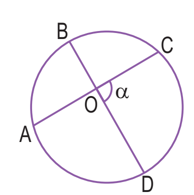
A) 30° B) 80° C) 70°
D) 35° E) 36°

12. Halla θ, si m$\overset{\frown}{PT}$ = 80°.



A) 60° B) 70° C) 80°
D) 40° E) 30°

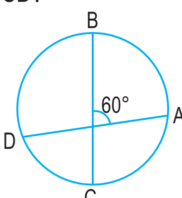
13. Halla α, si m$\overset{\frown}{AB}$ = 60° y m$\overset{\frown}{CD}$ = 80°.



A) 80° B) 65° C) 75°
D) 60° E) 70°

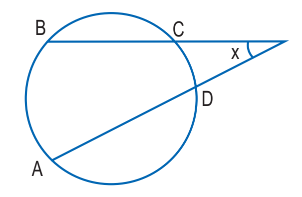
14. Si m$\overset{\frown}{AB}$ = 4x y m$\overset{\frown}{CD}$ = 2x.

Halla el valor de m$\overset{\frown}{CD}$.



A) 32° B) 60° C) 50°
D) 30° E) 40°

15. Halla x, si m$\overset{\frown}{AB}$ = 80° y m$\overset{\frown}{CD}$ = 20°.

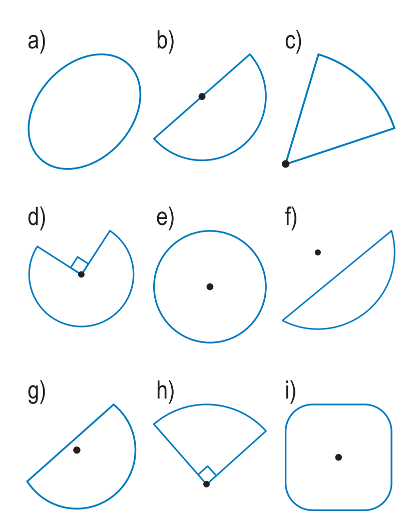


A) 30° B) 15° C) 50°
D) 40° E) 35°

NIVEL 2

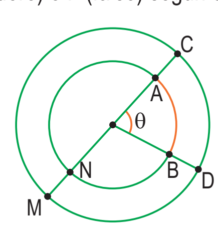
Comunicación matemática

16. Coloca en los paréntesis las letras de las figuras que corresponden a las definiciones:



I. Semicircunferencia ( )
II. Cuadrante ( )
III. Circunferencia ( )

17. Coloca V (verdadero) o F (falso) según el siguiente gráfico:



I. $\ell_{\overset{\frown}{AN}} = \ell_{\overset{\frown}{ABN}}$ ( )
II. m$\overset{\frown}{AB}$ < m$\overset{\frown}{CD}$ ( )
III. m$\overset{\frown}{AN}$ + m$\overset{\frown}{MC}$ = 360° ( )
IV. $\ell_{\overset{\frown}{AB}} < \ell_{\overset{\frown}{CD}}$ ( )

18. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Una circunferencia tiene más de un centro. ( )
II. Un círculo y una circunferecnia son lo mismo. ( )
III. Un arco tiene dos maneras de ser medido. ( )

Razonamiento y demostración

19. Halla α.

A) 40°
B) 50°
C) 60°
D) 15°
E) 36°

20. Halla α.

A) 100°
B) 120°
C) 130°
D) 150°
E) 140°

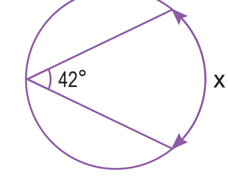
21. Halla x.

A) 60°
B) 18°
C) 30°
D) 20°
E) 25°



22. Halla x.

A) 81°
B) 86°
C) 124°
D) 76°
E) 84°



23. Halla x.

A) 18°
B) 23°
C) 22°
D) 17°
E) 19°

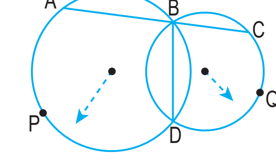
Resolución de problemas

24. Si $m\overset{\frown}{AB} = 60°$ y $m\overset{\frown}{CD} = 150°$, calcula la $m\overset{\frown}{FE}$.

A) 60°
B) 70°
C) 80°
D) 90°
E) 100°

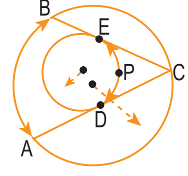
25. Si la $m\overset{\frown}{APD} = 220°$, calcula la $m\overset{\frown}{CQD}$.

A) 130°
B) 120°
C) 140°
D) 150°
E) 170°



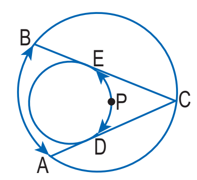
26. Si $m\overset{\frown}{AB} = m\overset{\frown}{EPD} = x$, calcula x.

A) 110°
B) 80°
C) 70°
D) 120°
E) 45°



27. Si la $m\overset{\frown}{AB} = 80°$, calcula la $m\overset{\frown}{EPD}$.

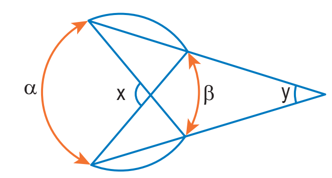
A) 120°
B) 100°
C) 140°
D) 150°
E) 110°



NIVEL 3

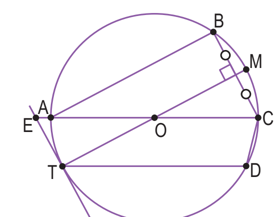
Comunicación matemática

28. Completa los recuadros con los símbolos +, – o = de acuerdo al siguiente gráfico:



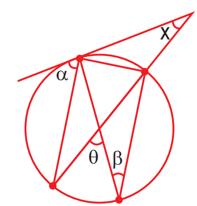
I. α ☐ β ☐ 2y
II. α ☐ β ☐ 2x
III. y ☐ β ☐ x

29. Coloca V (verdadero) o F (falso) según el siguiente gráfico (O es centro de la circunferencia):



I. $m\angle ABC = m\angle OTE$ ( )
II. $m\overset{\frown}{BAT} = m\overset{\frown}{CDT}$ ( )
III. 2(CD) = BC ( )
IV. $3m\overset{\frown}{BM} = m\overset{\frown}{MD}$ ( )

30. Completa los recuadros con los símbolos +, – o = de acuerdo al siguiente gráfico:



I. θ ☐ 2α ☐ 180°
II. 90° ☐ β ☐ α
III. x ☐ β ☐ α
IV. x ☐ α ☐ β

Razonamiento y demostración

31. Halla α, si O es centro.

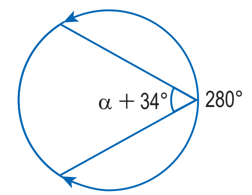
A) 30°
B) 35°
C) 42°
D) 20°
E) 40°

32. Halla x, si O es centro.

A) 40°
B) 35°
C) 60°
D) 25°
E) 36°

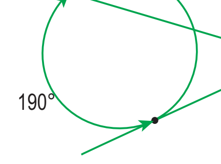
33. Halla α.

A) 8°
B) 4°
C) 9°
D) 6°
E) 5°



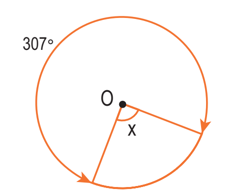
34. Halla x.

A) 60°
B) 58°
C) 59°
D) 62°
E) 64°



35. Halla x.

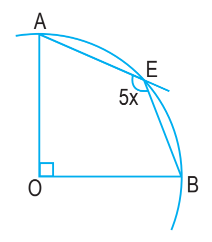
A) 33°
B) 37°
C) 60°
D) 51°
E) 53°



Resolución de problemas

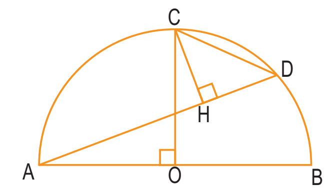
36. Del gráfico, calcula x, si O es centro de una circunferencia.

A) 45°
B) 35°
C) 24°
D) 27°
E) 17°



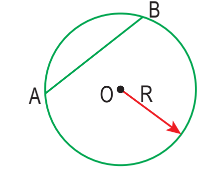
37. En el gráfico, O es centro. Calcula CD si HD = 6.

A) $6\sqrt{6}$
B) $6\sqrt{3}$
C) $3\sqrt{2}$
D) $3\sqrt{3}$
E) $6\sqrt{2}$



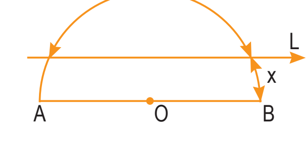
38. Halla la distancia de O a $\overline{AB}$, si AB = 48 m y R = 25 m. (O es centro de la circunferencia)

A) 1 m
B) 2 m
C) 5 m
D) 7 m
E) 8 m



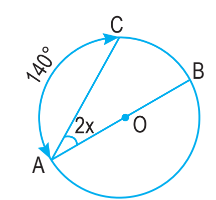
39. Del gráfico si $\overleftrightarrow{L} // \overline{AB}$; halla x, si O es centro de la circunferencia.

A) 10°
B) 20°
C) 30°
D) 15°
E) 25°



40. Si $\overline{AB}$ es diámetro de la circunferencia, halla x.

A) 20°
B) 40°
C) 15°
D) 10°
E) 30°



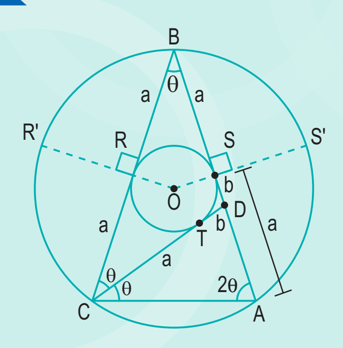
Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3
1.	9. E	16.	25. C	32. B
2.	10. A	17.	26. D	33. D
3.	11. D	18.	27. C	34. E
4.	12. D	19. A		35. E
5. C	13. E	20. B	28.	36. D
6. D	14. E	21. A	29.	37. E
7. D	15. A	22. E	30.	38. D
8. E		23. C	31. E	39. D
		24. D		40. D

MARATÓN Matemática

En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior CD. Se sabe que el centro del círculo inscrito en el triángulo BCD coincide con el centro del círculo circunscrito al triángulo ABC. Calcula los ángulos del triángulo ABC.

Resolución



Trazamos los radios OR' y OS' los cuales intersecan a los lados AB y BC en los puntos de tangencia R y S, dado que las circunferencias son concéntricas, luego por propiedad de cuerda perpendicular a un diámetro tenemos:

AS = SB = BR = RC = a, como R y S son puntos de tangencia, luego AB = 2a = BC.

$\therefore$ El ΔABC es isósceles $\Rightarrow$ $m\angle CAB = m\angle ACB = 2\theta$

Como R y T son puntos de tangencia se cumple:
CR = CT = a

De igual manera como S y T son puntos de tangencia se cumple:
DT = DS = b

Finalmente, en el ΔCDB: CD = BD = a + b
$\therefore$ El ΔCDB es isósceles $\Rightarrow$ $m\angle DCB = m\angle CBD = \theta$

Luego en el ΔABC:
$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

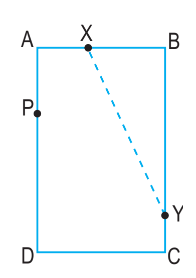
Reemplazando $2\theta + \theta + 2\theta = 180°$
$\Rightarrow \theta = 36°$

$\therefore$ $m\angle A = 72°$; $m\angle B = 36°$ $\wedge$ $m\angle C = 72°$

1. Sea ABCD un cuadrado cuyos lados tienen longitud L. Por el vértice B pasa una recta que no es paralela a ninguno de los lados. Si las distancias de los puntos A y C a la recta que pasa por B son 12 m y 9 m respectivamente; el valor de L es:

A) 20 m B) 25 m C) 12 m
D) 18 m E) 15 m

2. La hoja de papel ABCD de forma rectangular se dobla de tal modo que el vértice B coincida con el punto P, en el lado opuesto AD (lado mayor). Siendo XY la línea de doblez y la medida del $\angle$AXY es de 115°, entonces la medida del $\angle$APX es:



A) 35° B) 40° C) 45°
D) 55° E) 65°

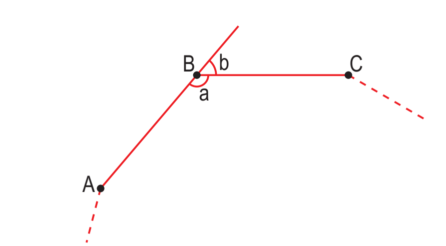
3. En un trapezoide ABCD, AB = BC, $m\angle B = 90°$ y $m\angle D = 45°$, luego se traza el segmento BH perpendicular a AD. Si AD = L; calcula BH.

A) $\frac{2}{3}L$ B) $\frac{L}{2}$ C) $\frac{L}{3}$
D) $\frac{L}{4}$ E) L

4. En un cuadrado de lado 4 cm se inscribe un octógono regular. Calcula el lado de dicho octógono.

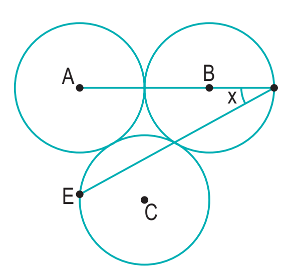
A) $4(\sqrt{2}+1)$ cm B) $4(\sqrt{2}-1)$ cm C) $(2\sqrt{2}+1)$ cm
D) $2(\sqrt{2}+1)$ cm E) $(8\sqrt{2}-5)$ cm

5. En la figura se muestra una parte de un polígono equiángulo donde el ángulo interior mide "a" y el ángulo exterior "b". Calcula el número de lados del polígono en términos de a y b.



A) a + b B) $2\left(1+\frac{a}{b}\right)$ C) $3\left(\frac{a}{b}\right)$
D) $1+\frac{a}{b}$ E) $2\left(\frac{a}{b}\right)$

6. En la figura mostrada, las circunferencias son congruentes siendo A; B y C los centros. Calcula x.



A) 15° B) 18° C) 20°
D) 30° E) 37°


Unidad 3
Geometría

RECUERDA

Herón de Alejandría

Herón de Alejandría (c. 20-62 d.C.), matemático y científico griego. Fue considerado uno de los máximos científicos y matemáticos de su época, se cree que nació en Egipto y debido a circunstancias ajenas, emigró a Alejandría donde realizó sus grandes investigaciones a lo largo de la historia.

Sus máximas aportaciones fueron en la rama de la física, química y matemáticas, de la cual sobresale la máquina de vapor, de ahí partió a la creación de varios inventos de máquinas sencillas auxiliados de su primera creación, de igual manera amplió el principio de la palanca de Arquímedes.

Sin embargo, es conocido sobre todo como matemático, tanto en el campo de la geometría como en el de la geodesia (una rama de las matemáticas que se encarga de la determinación del tamaño y configuración de la Tierra, y de la ubicación de áreas concretas de la misma especie). Herón trató los problemas de las mediciones terrestres con mucho más acierto que cualquier otro de su época; por eso se dice que fue un gran científico.

Como matemático, escribió *La métrica,* obra en la que estudia las áreas de las superficies y los volúmenes de los cuerpos.

También desarrolló técnicas de cálculo, tomadas de los babilonios y egipcios, como el cálculo de raíces cuadradas mediante iteraciones.

Otro aporte muy importante de Herón de Alejandría fue en el campo de la geometría, descubrió una fórmula para calcular el área de los triángulos, esta lleva su nombre **fórmula de Herón**, que causó algunas molestias en los matemáticos griegos, ya que consideraban un producto con dos factores para el área y con tres para el volumen, pero en esa época cuatro factores parecían ser contradictorios.

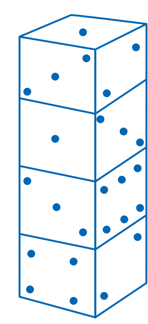
Reflexiona

- *Nuestra verdadera grandeza es la virtud; hasta la muerte, que lo destruye todo, la conserva y la corona.*
- *La naturaleza nos ha dado una lengua y dos oídos para que hablemos poco y oigamos mucho.*
- *Nada hay en el mundo más fuerte ni más frágil que la honra.*
- *La ignorancia es la noche del espíritu, noche que carece de luna y de estrellas.*

¡Razona...!

¿Cuál es la suma de los puntos que no se ven en la torre de dados?

A) 59
B) 51
C) 49
D) 36
E) 40



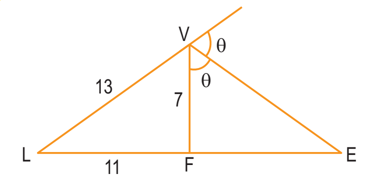
Aplicamos lo aprendido





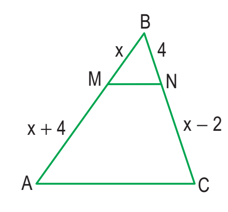
TEMA 1: PROPORCIONALIDAD

1 Calcula FE.



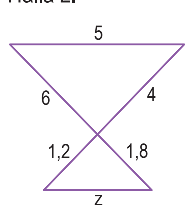
A) 12 B) 12,85 C) 12,83
D) 13 E) 12,5

2 ¿Para qué valor de x se cumple que $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$?



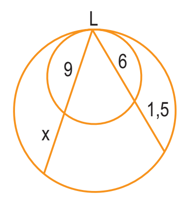
A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

3 Halla z.



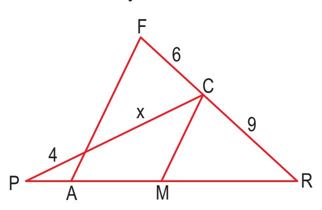
A) 1,2 B) 1,5 C) 2
D) 1 E) 1,3

4 Halla x (L punto de tangencia).



A) 2,25 B) 2,24 C) 2
D) 3 E) 1,5

5 Si PM = MR y $\overline{CM} \parallel \overline{AF}$, calcula x.

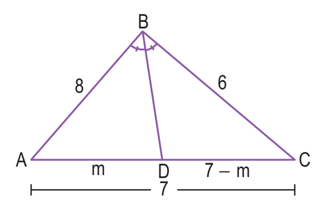


A) 7 B) 8,5 C) 8
D) 9 E) 10

6 En un triángulo ABC acutángulo se traza la bisectriz del ángulo B determinando en $\overline{AC}$ el punto P. Halla AP sabiendo que AB = 6, BC = 8 y AC = 12.

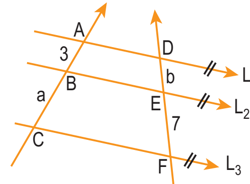
A) 5 B) 6 C) $\frac{7}{36}$
D) $\frac{35}{7}$ E) $\frac{36}{7}$

7 En un triángulo ABC; 3(AB) = 4(BC) = 24 y AC = 7. Luego se traza la bisectriz interior BD, calcula (AD – DC).



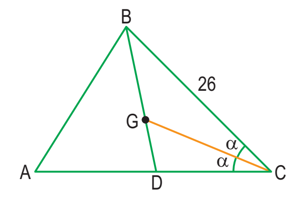
A) 3 B) 4 C) 1
D) 6 E) 5

8 Calcula ab, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$.



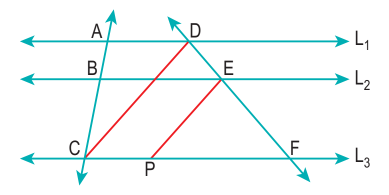
A) 3/7 B) 7/3 C) 14
D) 21 E) 7

9 Si G baricentro del triángulo ABC, calcula AC.



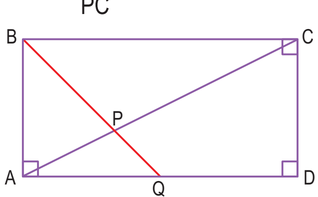
A) 39 B) 13 C) 52
D) 26 E) 42

10 De la figura mostrada, $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$; calcula $\frac{CP}{PF}$ si $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{5} \wedge \overline{CD} \parallel \overline{PE}$.



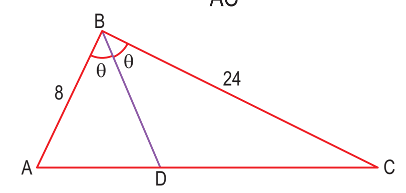
A) 5 B) 1/5 C) 1/4
D) 2/3 E) 1/2

11 En el rectángulo, m∠QBC = 45°. Si Q punto medio de $\overline{AD}$ calcula $\frac{AP}{PC}$.



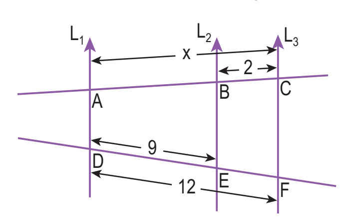
A) 1/3 B) 1/4 C) 3
D) 1/2 E) 1

12 Del gráfico, calcula $\frac{DC}{AC}$.



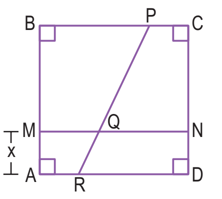
A) 1 B) 3/4 C) 4/5
D) 2 E) 1/2

13 Calcula, x si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$.



A) 10 B) 6 C) 8
D) 15 E) 16

14 En el cuadrado de lado L, calcula x si $\frac{PQ}{QR} = \frac{7}{2}$.



A) $\frac{L}{3}$ B) $\frac{3}{4}L$ C) $\frac{L}{9}$
D) $\frac{L}{5}$ E) $\frac{2}{9}L$

Claves

1. C	3. B	5. C	7. C	9. D	11. D	13. C
2. C	4. A	6. E	8. D	10. B	12. B	14. E

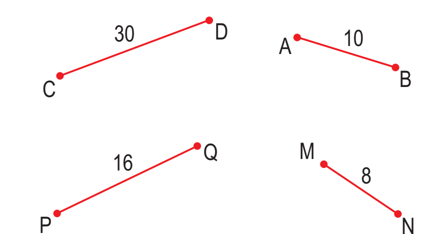
Practiquemos



NIVEL 1

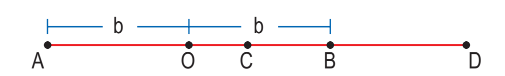
Comunicación matemática

1. Rellene los recuadros en blanco según los siguientes gráficos:





2. Coloca ✓ (correcto) o X (incorrecto) según el siguiente gráfico en donde C y D dividen armónicamente al segmento AB.



La relación de Descartes está dada por:

I. $(OA)^2 = (OC)(OD)$ ( )

II. $\frac{2}{AO} = \frac{1}{OC} + \frac{1}{OD}$ ( )

III. $\frac{2}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$ ( )

IV. $(AB)^2 = (AC)(AD)$ ( )

3. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

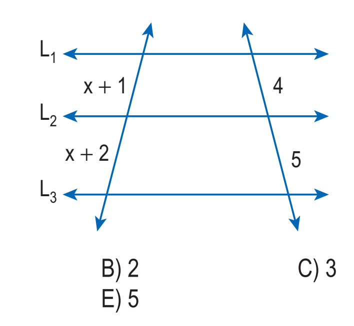
I. A una "cuaterna armónica" también se le llama "proporción armónica". ( )

II. A una "proporción geométrica" también se le llama "proporción aritmética". ( )

III. Las longitudes que se comparan en una razón geométrica deben tener las mismas unidades de medida. ( )

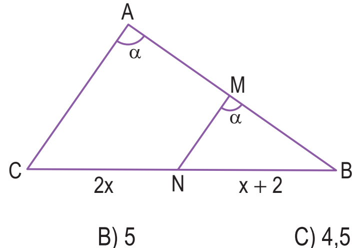
Razonamiento y demostración

4. Si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$, calcula x.



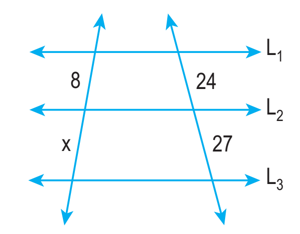
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

5. Calcula x, si 3(MB) = 2(AM).



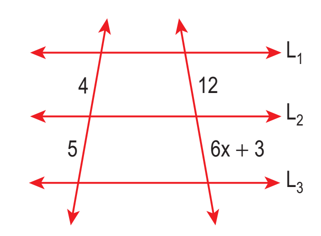
A) 4 B) 5 C) 4,5
D) 6 E) 5,5

6. Si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$, calcula (x + 3).



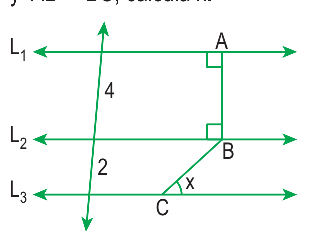
A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

7. Si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

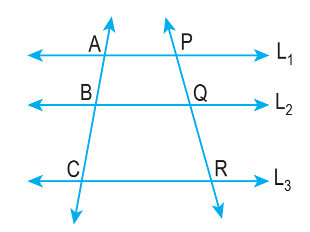
8. Si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$ y AB = BC, calcula x.



A) 45° B) 30° C) 37° D) 53° E) 60°

Resolución de problemas

9. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$; AB = 2; BC = 6; PQ = x + 2 y QR = x + 7. Calcula x.



A) 0,2 B) 0,5 C) 1 D) 2 E) 3

10. Se tiene el triángulo ABC, sobre $\overline{AB}$ se toma el punto E y sobre $\overline{BC}$ se toma el punto F de modo que $m\angle BEF = m\angle ACB$. Si: BF = 3; AB = 9 y AC = 6, calcula EF.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

11. Se tiene un triángulo ABC de modo que AB = 18. Se traza $\overline{MN}$ // $\overline{AC}$ (M en $\overline{AB}$ y N en $\overline{BC}$). Si: BM = 6 y AC = 15, calcula MN.

A) 5 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

12. Los lados AB y BC de un triángulo ABC miden 24 y 16. Calcula los valores de los segmentos que determina la bisectriz interior del ángulo B sobre $\overline{AC}$, sabiendo que AC = 20.

A) 10 y 10 B) 8 y 12 C) 14 y 6
D) 9 y 11 E) 13 y 7

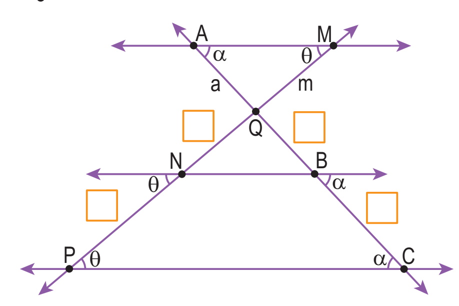
NIVEL 2

Comunicación matemática

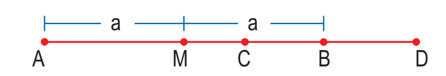
13. Rellena los recuadros en blanco según las siguientes proporciones geométricas:

I. $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$

II. $\frac{n}{\ell} = \frac{b}{c}$



14. Coloca ✓ (correcto) o X (incorrecto) según el siguiente gráfico en donde C y D dividen armónicamente al segmento AB.



La relación de Newton está dada por:

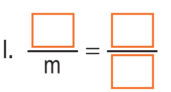
I. $\frac{2}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$ ( )

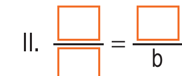
II. $(AB)^2 = (AC)(AD)$ ( )

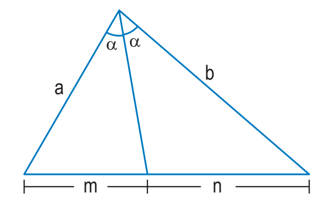
III. $(AM)^2 = (MC)(MD)$ ( )

IV. $\frac{2}{AM} = \frac{1}{MC} + \frac{1}{MD}$ ( )

15. Rellena los recuadros en blanco según los valores presentes en el siguiente gráfico.

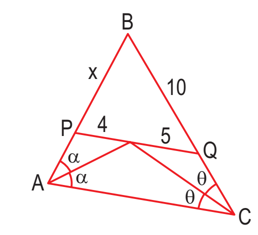
I. 

II. 



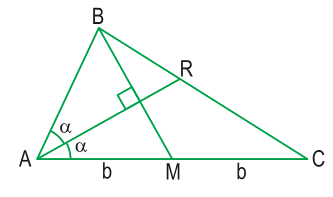
Razonamiento y demostración

16. Si $\overline{PQ}$ // $\overline{AC}$, calcula x.



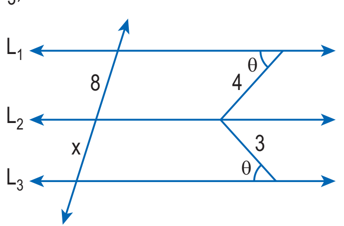
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

17. Calcula BR, si BC = 12.



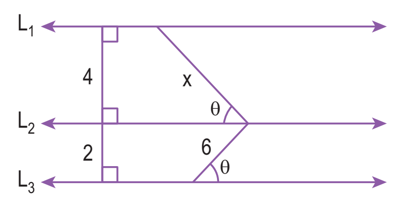
A) 4 B) 6 C) 8 D) 5 E) 9

18. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$ // $\overleftrightarrow{L_3}$, calcula x.



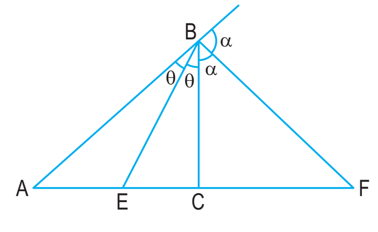
A) 2 B) 4 C) 7 D) 6 E) 8

19. Si $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$ // $\overleftrightarrow{L_3}$, calcula x.



A) 8 B) 11 C) 12 D) 13 E) 10

20. Si AE = 6 y EC = 3. Calcula CF.



A) 8 B) 9 C) 10
D) 7 E) 6

Resolución de problemas

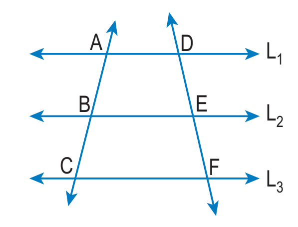
21. En un triángulo rectángulo el segmento que une el incentro con el baricentro es paralelo a uno de los catetos. Halla la medida del menor ángulo interior de dicho triángulo.

A) 30° B) $\frac{37°}{2}$ C) $\frac{53°}{2}$
D) 53° E) 37°

22. En un triángulo ABC, AB = 7; BC = 9. ¿Cuánto mide el tercer lado si el segmento que une el incentro con el baricentro es paralelo al tercer lado?

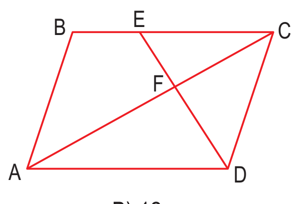
A) 4 B) 6 C) 6,5
D) 8 E) 7

23. En el gráfico, (AC)(DE) = 36 y DF = 3, $\overleftrightarrow{L_1}$ // $\overleftrightarrow{L_2}$ // $\overleftrightarrow{L_3}$. Calcula AB.



A) 12 B) 14 C) 16
D) 15 E) 16

24. En la figura, ABCD es un paralelogramo, AD = 12 m, BE = 4 m y AC = 40 m. Calcula AF.



A) 9 m B) 12 m C) 18 m
D) 16 m E) 24 m

NIVEL 3

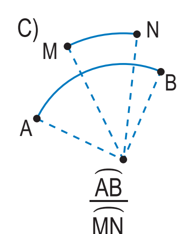
Comunicación matemática

25. Encierra en un círculo la alternativa asociada a aquellas figuras que representan razones geométricas.

A) $\frac{A}{B}$

B) $\frac{AB}{DC}$

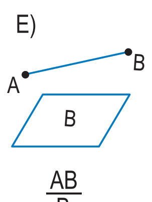
C)



$\frac{\overset{\frown}{AB}}{\overset{\frown}{MN}}$

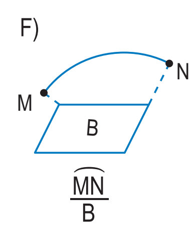
D) $\frac{AB}{MN}$

E)



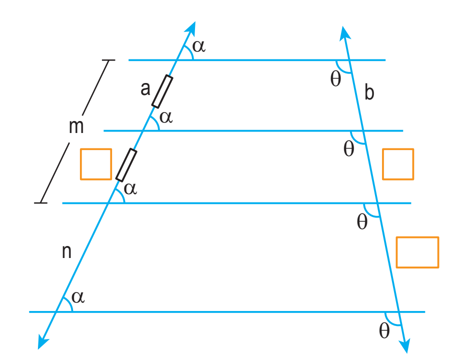
$\frac{AB}{B}$

F)



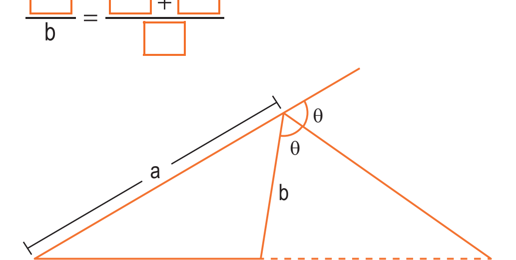
$\frac{\overset{\frown}{MN}}{B}$

26. Completa los recuadros en blanco con los elementos de la siguiente proporción geométrica: $\frac{m}{n} = \frac{b}{c}$



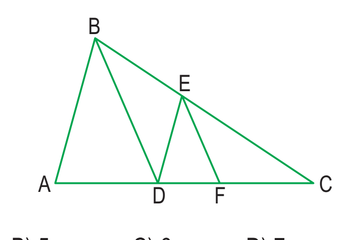
27. Rellena los recuadros en blanco según los valores presentes en el siguiente gráfico:

$\frac{\square}{b} = \frac{\square + \square}{\square}$



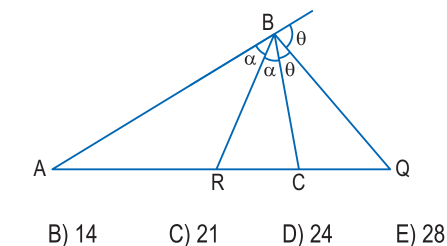
Razonamiento y demostración

28. Si $\overline{AB}$ // $\overline{DE}$; $\overline{BD}$ // $\overline{EF}$; DF = 4 y FC = 8. Calcula AD.



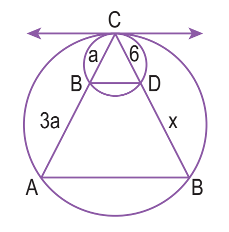
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 10

29. Calcula QR, si AB = 8; BC = 6 y AC = 7.



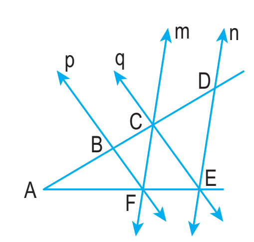
A) 7 B) 14 C) 21 D) 24 E) 28

30. En el gráfico, C es punto de tangencia. Halla x.



A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

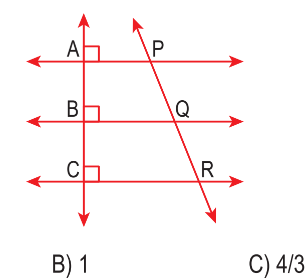
31. En el gráfico, $\overleftrightarrow{m} // \overleftrightarrow{n}$ y $\overleftrightarrow{p} // \overleftrightarrow{q}$, AB = 5 y BC = 3. Calcula CD.



A) 4,8 B) 3,6 C) 1,2 D) 2 E) 3

32. En el gráfico: 3(AC) = 2(PR).

Calcula $\frac{AB}{PQ} + \frac{BC}{QR}$



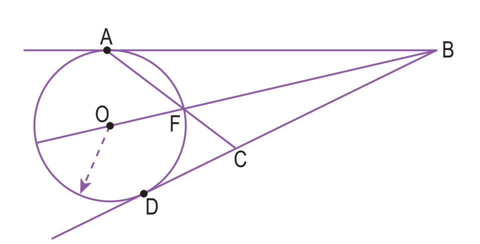
A) 1/2 B) 1 C) 4/3
D) 2 E) 5/3

Resolución de problemas

33. Se tiene un cuadrilátero ABCD inscrito en una circunferencia donde AB = AD, $\overline{AC}$ es diámetro, P es un punto del arco BC, además $\overline{PA}$ y $\overline{PD}$ cortan a $\overline{BC}$ en los puntos E y F, respectivamente. Calcula FC, si BE = 3 y EF = 2.

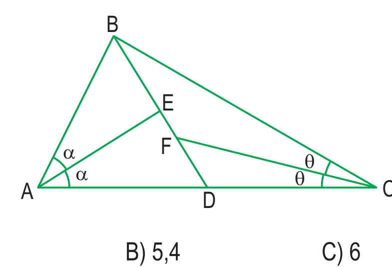
A) 5 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

34. En la figura, 5(DC) = 2(CB), FC = 5. Si O es centro, A y D puntos de tangencia, calcula AF.



A) 7 B) 9 C) 5
D) 11 E) 13

35. Calcula FD, si: AD = DC, BC = 2(AB), BE = 8 y EF = 3.



A) 5 B) 5,4 C) 6
D) 7,2 E) 6,6

36. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior y exterior del ángulo B, intersecando a $\overline{AC}$ y a su prolongación en E y F respectivamente. Calcula EF, si AB = 8; BC = 6 y AC = 7.

A) 18 B) 21 C) 24
D) 27 E) 28



Claves

NIVEL 1	8. B	15.	23. A	30. D
1.	9. B	16. D	24. E	31. A
2.	10. A	17. A	NIVEL 3	32. C
3.	11. A	18. D	25.	33. D
4. C	12. B	19. C	26.	34. A
5. D	NIVEL 2	20. B	27.	35. E
6. C	13.	21. E	28. C	36. C
7. B	14.	22. D	29. D	

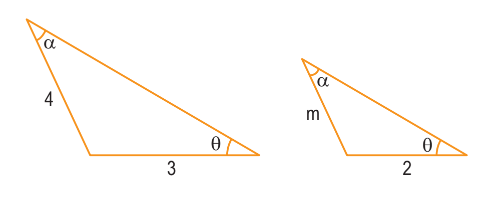




Aplicamos lo aprendido

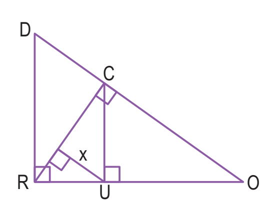
TEMA 2: SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

1 Calcula m, si los triángulos son semejantes.



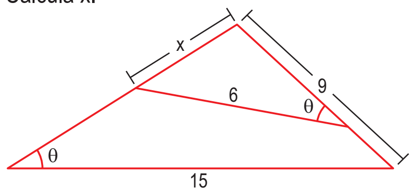
A) 1/2 B) 2 C) 3
D) 1 E) 8/3

2 Calcula x, si RC = 3 y DO = 9.



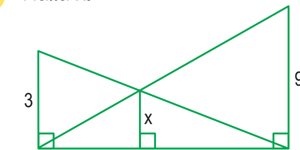
A) 0,5 B) 2 C) 3
D) 1 E) 4

3 Calcula x.



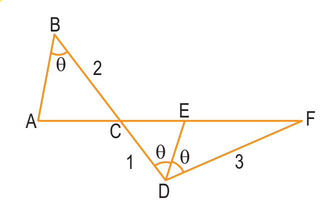
A) 3,6 B) 3 C) 3,5
D) 2 E) 2,9

4 Halla x.



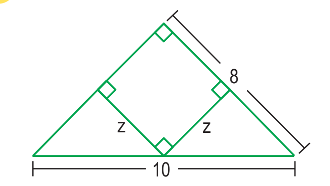
A) 2,25 B) 2 C) 2,5
D) 1,5 E) 3

5 Calcula CE, si AF = 6.



A) 1 B) 3 C) 2
D) 0,5 E) 1,5

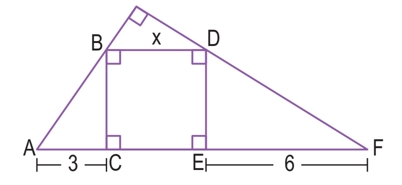
6 Halla z.



A) $\frac{7}{24}$ B) $\frac{24}{7}$ C) $\frac{25}{7}$

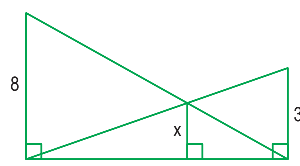
D) 3 E) $\frac{26}{7}$

7 Halla x, (BDEC es un cuadrado).



A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 4
D) 3 E) $\sqrt{2}$

8 Halla x.



A) $\frac{23}{11}$ B) $\frac{24}{11}$ C) 2,5
D) $\frac{25}{11}$ E) 1,5

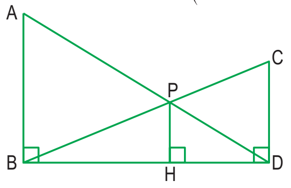
9 En un rectángulo PQRS, PS = 2RS. Por Q se traza $\overline{QM}$ perpendicular a $\overline{PR}$. Halla PM, si M está en $\overline{PS}$ y MS = 6.

A) 1 B) 5 C) 4
D) 2 E) 2

10 En un trapecio ABCD: m∠A = m∠B = 90°; BC = 4 y AD = 9. Si las diagonales se intersecan perpendicularmente, calcula AB.

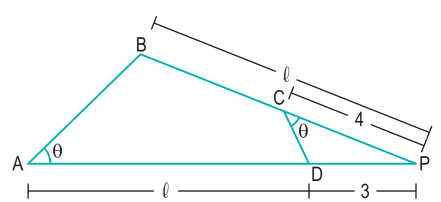
A) 5 B) 6 C) 6,5
D) 5,5 E) 4,5

11 Si PH = 4; calcula $\left(\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}\right)$



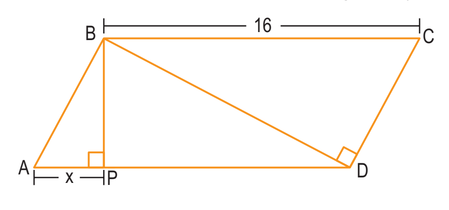
A) 0,25 B) 0,5 C) 0,75
D) 0,10 E) 1

12 Calcula ℓ.



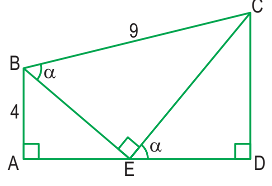
A) 9 B) 5 C) 7
D) 11 E) 12

13 Calcula x, si ABCD es un paralelogramo y AB = 4.



A) 4 B) 8 C) 12
D) 6 E) 1

14 Del gráfico, calcula BE.



A) 13 B) 5 C) 3
D) 6 E) 11

Claves

1. E	3. A	5. A	7. A	9. D	11. A	13. E
2. D	4. A	6. B	8. B	10. B	12. A	14. D

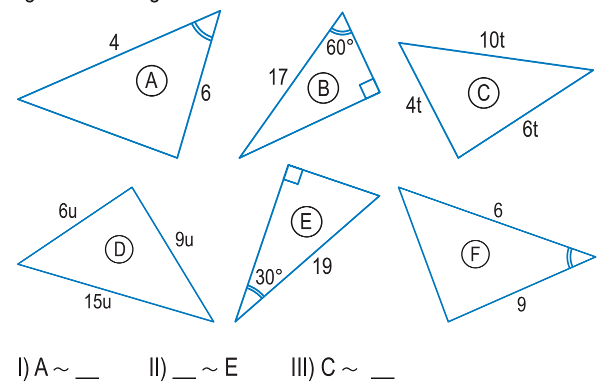
Practiquemos



NIVEL 1

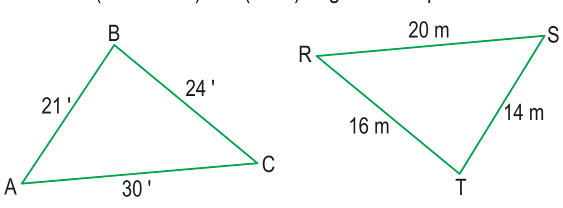
Comunicación matemática

1. Completa los espacios en blanco teniendo en cuenta los siguientes triángulos:



I) A ~ __ II) __ ~ E III) C ~ __

2. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

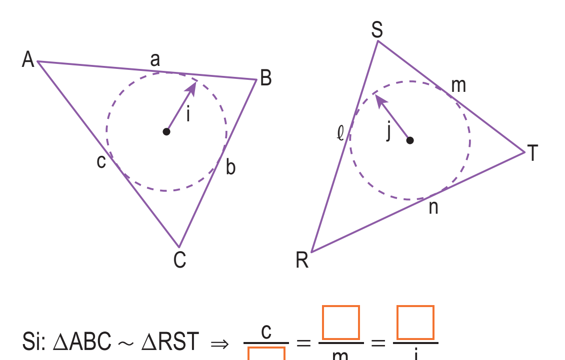


I. $\overline{AB}$ es el lado homólogo de $\overline{RS}$. ( )

II. $\overline{AC}$ es el lado homólogo de $\overline{RT}$. ( )

III. $\overline{BC}$ es el lado homólogo de $\overline{TR}$. ( )

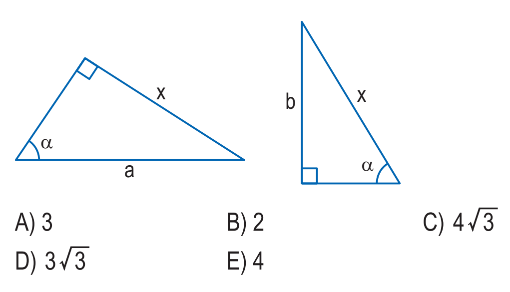
3. Completa los recuadros en blanco según los valores que están presentes en el siguiente gráfico.



Si: $\triangle ABC \sim \triangle RST \Rightarrow \dfrac{c}{\square} = \dfrac{\square}{m} = \dfrac{\square}{j}$

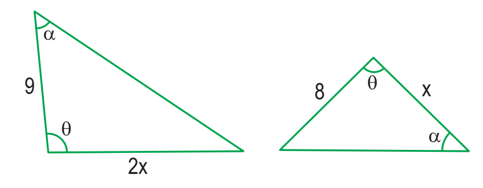
Razonamiento y demostración

4. Calcula x, si ab = 48.



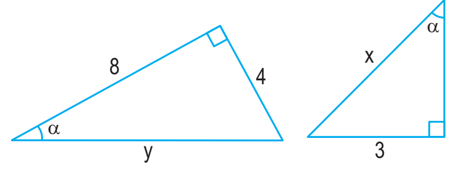
A) 3 B) 2 C) $4\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{3}$ E) 4

5. De la figura mostrada, calcula x.



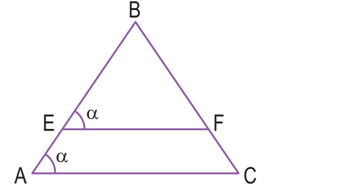
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

6. En la figura, halla x.



A) 5 B) 6 C) $4\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{5}$

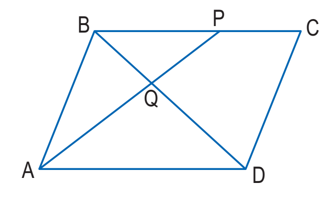
7. Si BE = 4AE y CF = 2, calcula BC.



A) 8
B) 10
C) 12
D) 14
E) 6

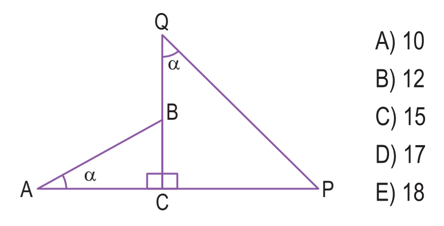
Resolución de problemas

8. Si ABCD es un paralelogramo, además 2AQ = 3QP; AD = 24. Halla PC.



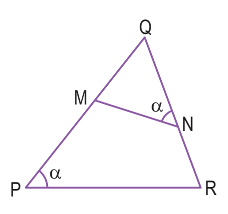
A) 12
B) 10
C) 16
D) 8
E) 9

9. Calcula PC, si AC = 10; BQ = 24 y BC = 6.



A) 10
B) 12
C) 15
D) 17
E) 18

10. Halla MN, si PQ = 10 ; PR = 8 y QN = 6.

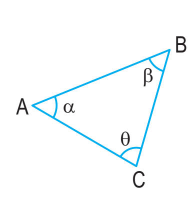


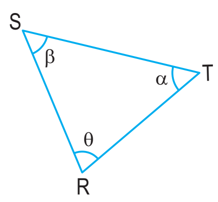
A) 3,6 B) 5,4 C) 4,8 D) 6,4 E) 4

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda, teniendo en cuenta al siguiente gráfico:





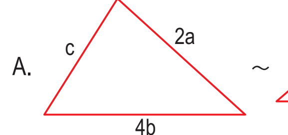
I. $\triangle ABC \sim \triangle RST$ ( )

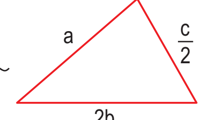
II. $\triangle ABC \sim \triangle TSR$ ( )

III. $\triangle CBA \sim \triangle TSR$ ( )

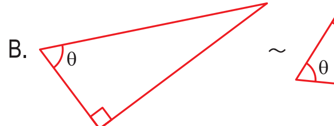
IV. $\triangle CBA \sim \triangle RST$ ( )

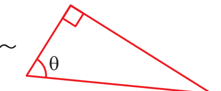
12. Relaciona correctamente los siguientes gráficos.

A. 

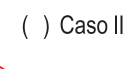
~ 

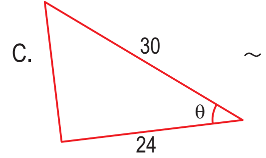
( ) Caso I

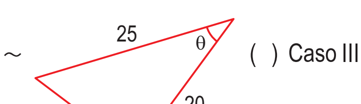
B. 

~ 

( ) Caso II

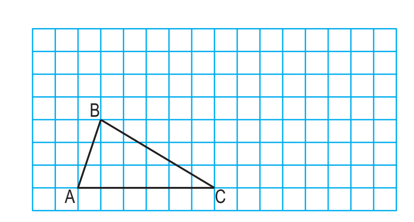


C. 

~ 

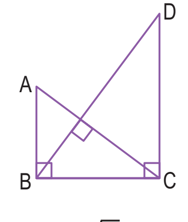
( ) Caso III

13. Construye un triángulo desde el vértice A y cuyas dimensiones sean el doble de las dimensiones del $\triangle ABC$.



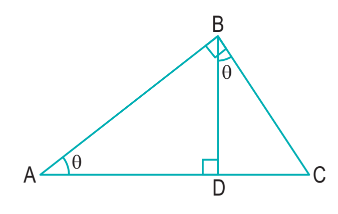
Razonamiento y demostración

14. Si AB = 6 y DC = 8, halla BC.



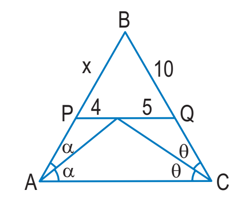
A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) 8 E) 12

15. Halla BC, si CD = 4 y AD = 8.



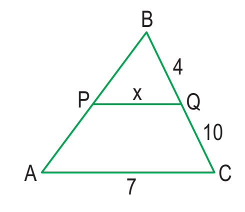
A) 8 B) $4\sqrt{3}$ C) 10 D) 6 E) 12

16. Si $\overline{PQ} // \overline{AC}$, calcula x.



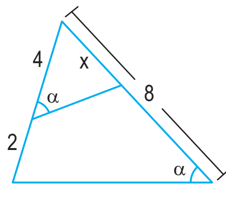
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

17. Si $\overline{PQ} // \overline{AC}$, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

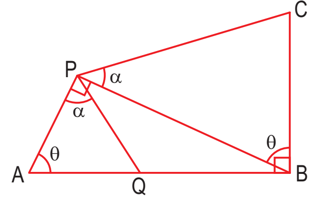
18. En la figura, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución de problemas

19. De la figura, PB = 12 y 3BC = 4AQ. Calcula AP.



A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

20. Si los lados de un triángulo miden 15; 18 y 24, y el lado menor de un triángulo semejante al primero mide 6; calcula la medida del lado mayor del último triángulo.

A) 9,8 B) 9,6 C) 8,5 D) 8,8 E) 9,5

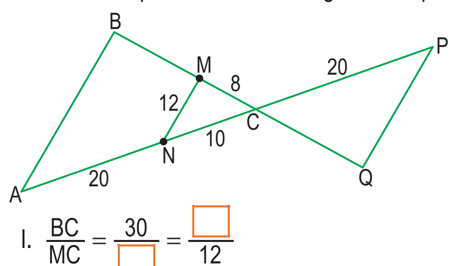
21. En un triángulo ABC, AB = 16, se traza la mediana BM. Calcula BM, si m∠MBC = m∠A + m∠C.

A) $8\sqrt{2}$ B) 12 C) 8 D) $8\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Rellena los espacios en blanco según corresponda.

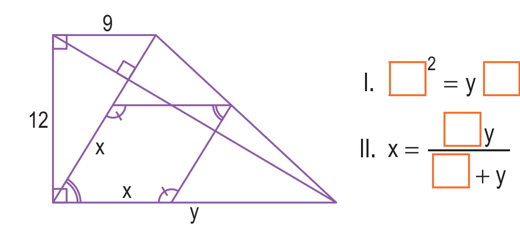


I. $\dfrac{BC}{MC} = \dfrac{30}{\square} = \dfrac{\square}{12}$

II. $\dfrac{\square}{20} = \dfrac{\square + 8}{\square} = \dfrac{AB}{PQ}$

III. $\dfrac{8}{\square} = \dfrac{NC}{PC} = \dfrac{12}{\square}$

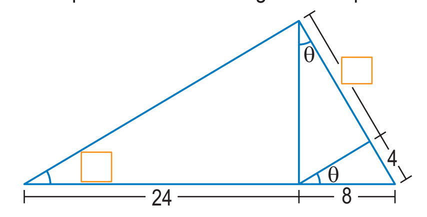
23. Completa los espacios en blanco según corresponda:



I. $\square^2 = y\,\square$

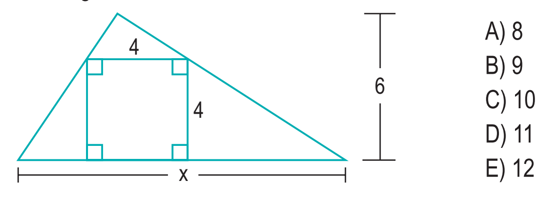
II. $x = \dfrac{\square\, y}{\square + y}$

24. Completa los espacios en blanco según corresponda:



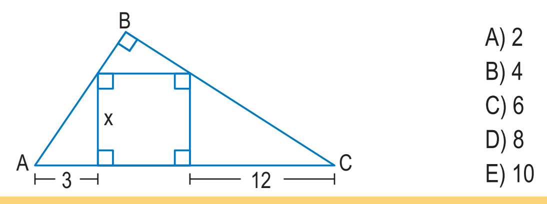
Razonamiento y demostración

25. En la figura, calcula x.



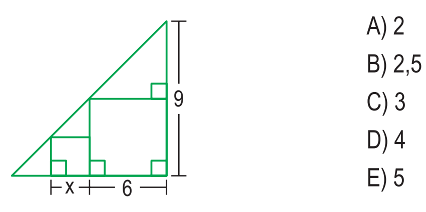
A) 8
B) 9
C) 10
D) 11
E) 12

26. Calcula x.



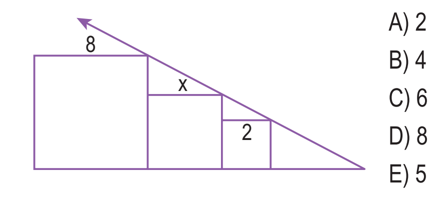
A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 10

27. En el gráfico, calcula la longitud del lado del menor cuadrado.



A) 2
B) 2,5
C) 3
D) 4
E) 5

28. Si los tres son cuadrados, calcula x.



A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 5

Resolución de problemas

29. En un triángulo ABC, 5(AB) = 2(BC). Se traza la altura $\overline{BH}$ tal que: m∠HBC = 3(m∠ABH), AH = 4. Calcula HC/8.

A) 6 B) 3 C) 2 D) 5 E) 24

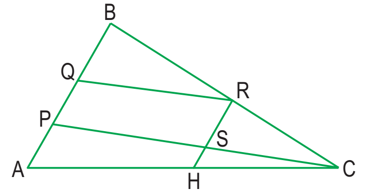
30. Dos circunferencias de radios 4 y 9 son tangentes exteriormente en el punto P. Calcula la distancia de P a la tangente común exterior.

A) $\dfrac{72}{13}$ B) 5 C) $\dfrac{13}{2}$ D) 6 E) 8

31. En un trapezoide ABCD, la recta que pasa por los puntos medios de sus diagonales interseca a $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ en los puntos P y Q, respectivamente. Calcula AP, si PB = 9, CQ = 3 y QD = 6.

A) 3 B) 4 C) 4,5 D) 5,4 E) 6,2

32. Si PQRS es un romboide, además PQ = 2; QB = 3 y SH = 1; calcula AP.



A) 1
B) 2
C) 2,5
D) 1,5
E) 4

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. C
5. D
6. E
7. B
8. D
9. E
10. C

NIVEL 2
11.
12.
13.
14. B
15. B
16. D
17. B
18. C
19. D
20. B
21. C

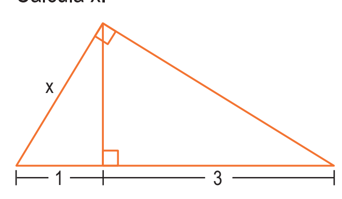
NIVEL 3
22.
23.
24.
25. E
26. C
27. D
28. B
29. B
30. A
31. C
32. C

Aplicamos lo aprendido



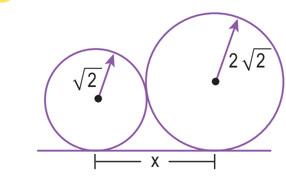
TEMA 3: RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

1 Calcula x.



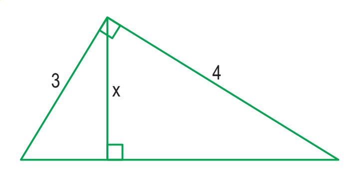
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 10

2 Calcula x.



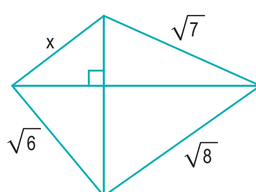
A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) 4
D) 5 E) 8

3 Calcula x.



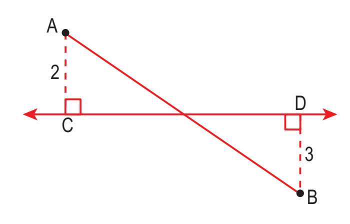
A) 3 B) 2,4 C) 0,8
D) 12 E) $\frac{12}{7}$

4 Calcula x.



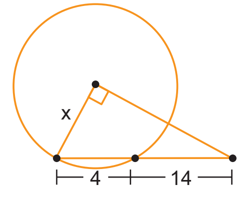
A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) 3 E) $\sqrt{15}$

5 Calcula CD, si AB = 13.



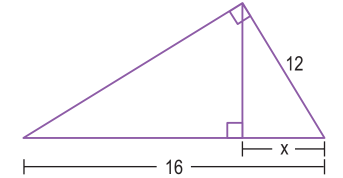
A) 12 B) 10 C) 8
D) 14 E) 6

6 Calcula x.



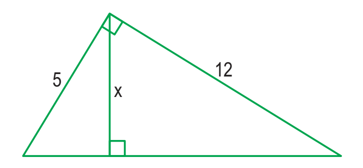
A) 2 B) 4 C) 5
D) 14 E) 6

7 Calcula x.



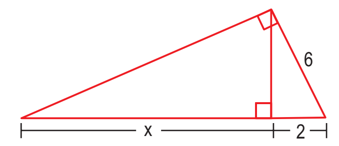
A) 5 B) 7 C) 9
D) 11 E) 12

8 Calcula x.



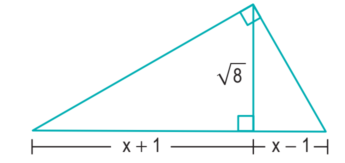
A) $\frac{60}{13}$ B) $\frac{5}{13}$ C) $\frac{12}{5}$
D) $\frac{17}{5}$ E) $\frac{5}{17}$

9 Calcula x.



A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

10 Calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11 Los catetos de un triángulo rectángulo miden 8 y 12. Calcula la distancia del vértice del ángulo recto a la mediana relativa al cateto mayor.

A) 5,2 B) 5 C) 4
D) 4,5 E) 4,8

12 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 240. Si los catetos son entre sí como 3 es a 4, halla el perímetro del triángulo.

A) 550 B) 570 C) 576
D) 580 E) 585

13 Los lados de un triángulo miden 9; 16 y 18. Si cada lado disminuyera en x el triángulo sería rectángulo. Halla x.

A) 0,5 B) 5 C) 3
D) 2 E) 1

14 Los lados de un triángulo rectángulo están en progresión aritmética de razón 4. Calcula la longitud de la hipotenusa.

A) 20 B) 24 C) 18
D) 15 E) 21

Claves

1. B	3. B	5. A	7. C	9. E	11. E	13. E
2. C	4. C	6. E	8. A	10. C	12. C	14. A

Practiquemos

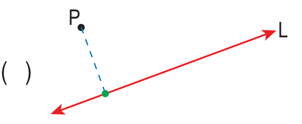


NIVEL 1

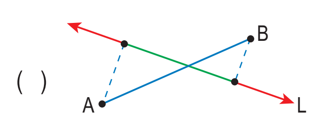
Comunicación matemática

1. Relaciona.

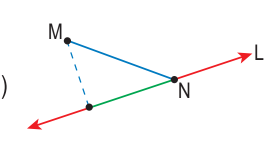
I. Proyección una secante sobre $\overleftrightarrow{L}$. ( )



II. Proyección oblicua sobre $\overleftrightarrow{L}$. ( )



III. Proyección de un punto sobre $\overleftrightarrow{L}$. ( )



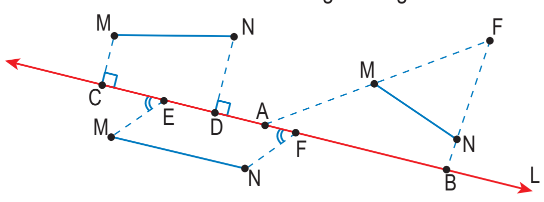
2. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Una proyección ortogonal es también una proyección oblicua. ( )

II. Los proyectantes de una proyección cónica, convergen en un punto llamado foco de proyección. ( )

III. La proyección ortogonal de un segmento perpendicular al eje de proyección es un punto. ( )

3. Relaciona teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



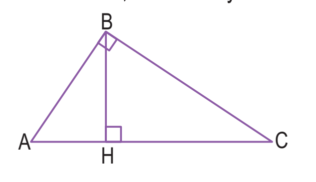
I. Proyección oblicua de $\overline{MN}$ sobre $\overleftrightarrow{L}$. ( ) $\overline{AB}$

II. Proyección ortogonal de $\overline{MN}$ sobre $\overleftrightarrow{L}$. ( ) $\overline{CD}$

III. Proyección cónica de $\overline{MN}$ sobre $\overleftrightarrow{L}$. ( ) $\overline{EF}$

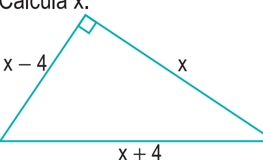
Razonamiento y demostración

4. Calcula BH, si AH = 4 y HC = 9.



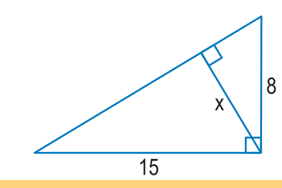
A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 3,5

5. Calcula x.



A) 20
B) 15
C) 14
D) 12
E) 16

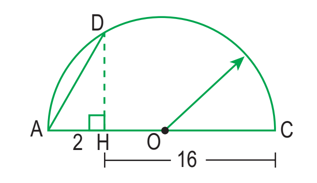
6. Halla x.



A) $\frac{60}{17}$ B) $\frac{120}{17}$ C) $\frac{110}{19}$

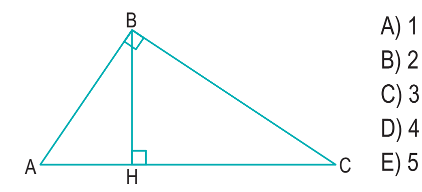
D) $\frac{120}{18}$ E) $\frac{115}{17}$

7. Halla AD.



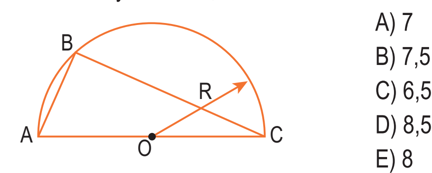
A) 6
B) 5
C) 4
D) 7
E) 3

8. En la figura, AH = 1 y HC = 8. Calcula AB.



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

9. Si AB = 5 y BC = 12, halla R.



A) 7
B) 7,5
C) 6,5
D) 8,5
E) 8

Resolución de problemas

10. En un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 y 8; calcula la medida de la proyección de la hipotenusa sobre el cateto mayor.

A) 6 B) 8 C) 10 D) 3 E) 4

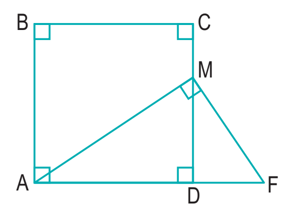
11. En un triángulo rectángulo ABC (recto en B) se traza la altura BH. Si el producto de la medidas de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa es 49. Halla el valor de la altura BH.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 6 E) 5

12. Si la suma de los cuadrados de las medidas de los lados de un triángulo rectángulo es 288. Halla el valor de la hipotenusa.

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 4

13. Si ABCD es un cuadrado cuyo lado mide 9 y DF = 4. Calcula CM.



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

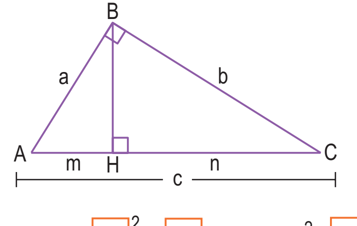
14. En un triángulo rectángulo ABC (recto en B), se traza la altura BH relativa a la hipotenusa. Si las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 4 y 9. Halla el valor de dicha altura.

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Completa los recuadros teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I) $a^2 = c$ ☐ II) ☐^{2} = ☐n III) $a^2 +$ ☐^{2} = ☐^{2}

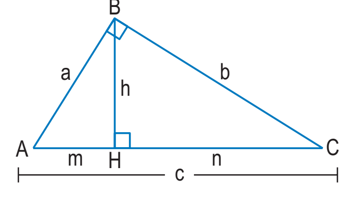
16. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. El segmento tangente común a dos circunferencias ortogonales es igual al doble de la raíz cuadrada del producto de sus radios. ( )

II. El segmento tangente común a dos circunferencias tangentes exteriores es igual a la raíz del doble producto de sus radios. ( )

III. El teorema de Dostor solo se cumple para triángulos rectángulos semejantes. ( )

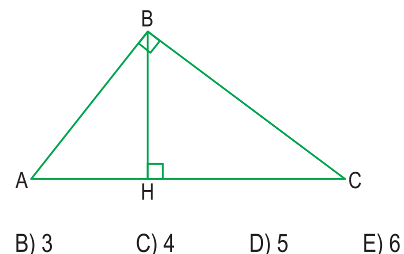
17. Completa los recuadros teniendo en cuenta el siguiente gráfico.



I) ☐b = h☐ II) ☐^{2} = mn III) a^2☐ = ☐^{2}☐

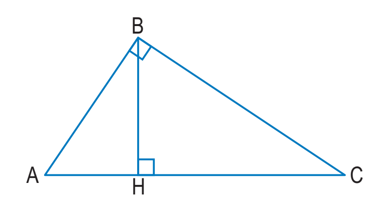
Razonamiento y demostración

18. Si AB = 6 y HC = 5, calcula AH.



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

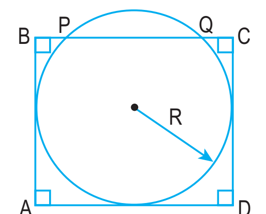
19. Si: HC = 2AH, calcula $\frac{AB}{BC}$.



A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$

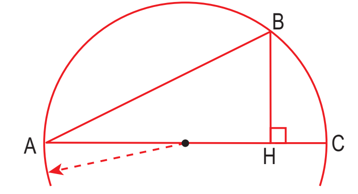
D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{5}$

20. Calcula R, si PQ = 10 y AB = 25.



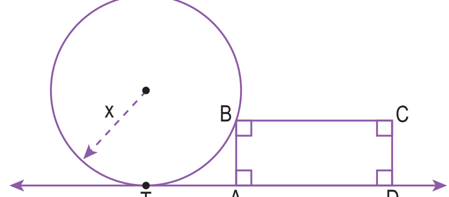
A) 11
B) 12
C) 13
D) 14
E) 15

21. De la figura, R = 5 y HC = 3. Calcula AB.



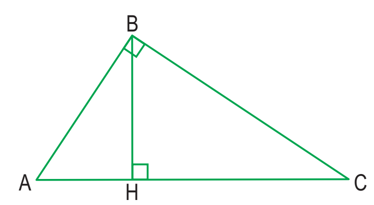
A) $\sqrt{10}$
B) $\sqrt{70}$
C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{60}$
E) $\sqrt{45}$

22. En la figura, AT = 15 y CD = 9. Calcula x.



A) 14
B) 32
C) 45
D) 21
E) 17

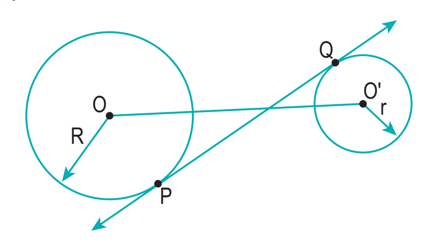
23. En la figura, AB = 9 m y AC = 15 m. Calcula BH.



A) 7,2 m
B) 7,5 m
C) 8 m
D) 9 m
E) 10 m

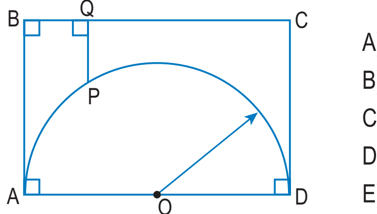
Resolución de problemas

24. Si: O y O' son centros de las circunferencias mostradas, calcula PQ, siendo P y Q puntos de tangencia, además, R = 6, r = 2 y OO' = 17.



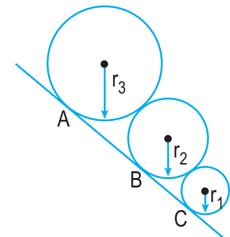
A) 10 B) 12 C) 15 D) 13 E) 14

25. Calcula PQ, si BQ = 3, QC = 27 y AB = 17.



A) 8
B) 9
C) 7
D) 6
E) 10

26. Calcula $\frac{r_1}{r_3}$, si: AB = 2BC.

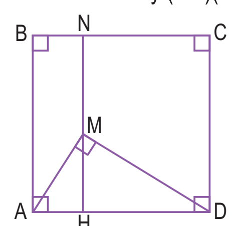


A) 4 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 3 E) $\frac{1}{2}$

27. En un triángulo rectángulo los lados son números pares consecutivos. Halla el menor.

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 2

28. En la figura calcula el perímetro del cuadrado ABCD, si: MN = 2MH y (AM)(MD) = 12 cm^2.

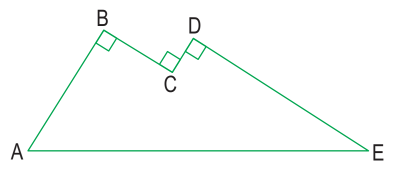


A) 18 cm
B) 12 cm
C) 24 cm
D) 20 cm
E) 19 cm

29. Se tiene un triángulo rectángulo donde la proyección de los catetos son dos números enteros consecutivos. Si la altura relativa a la hipotenusa mide $\sqrt{42}$, calcula la longitud de la hipotenusa.

A) 13 B) 15 C) 18 D) 9 E) 10

30. En la figura, AB = 7, BC = 3, CD = 2 y DE = 9.
Calcula AE.

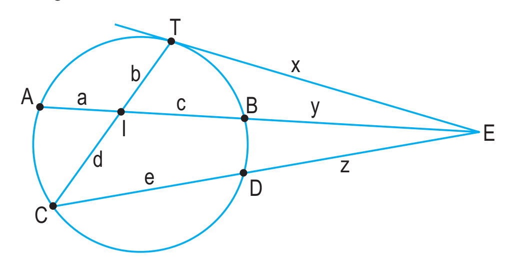


A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 15

NIVEL 3

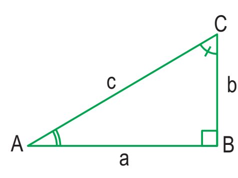
Comunicación matemática

31. Completa los recuadros en blanco, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I) a □ = □ d
II) □^{2} = y (□ + □ + □)
III) z(□ + □ = y (a + □ + y)

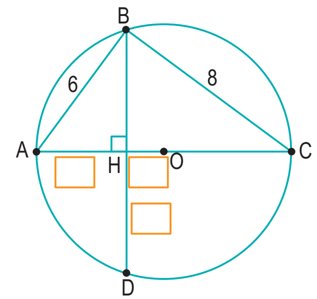
32. Coloca V (verdadero) o F (falso), teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



S m T
n d
R

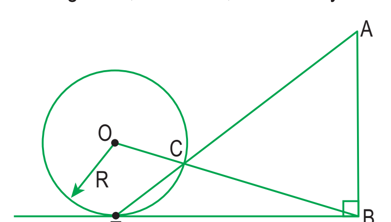
I. cm + an = bd ( )
II. al + mc = bn ( )
III. am + bn = cd ( )

33. Completa los recuadros según corresponda (O es centro)



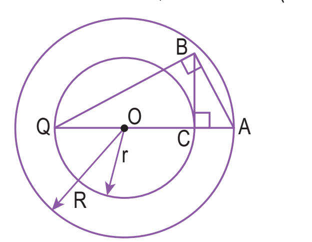
Razonamiento y demostración

34. En el gráfico, calcula R, si AB = 2 y TB = 4.



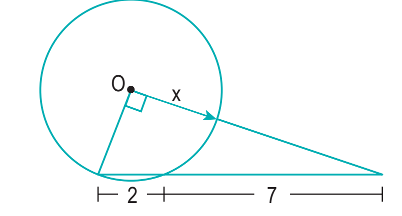
A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

35. Si $R^2 - r^2 = 25$, calcula AB. (C es punto de tangencia).



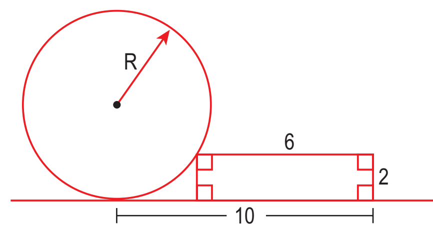
A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

36. Calcula x.



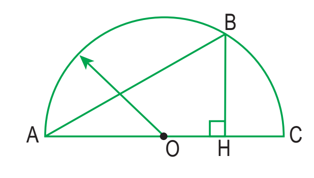
A) 2
B) $2\sqrt{3}$
C) 5
D) 4,5
E) 3

37. Calcula R.



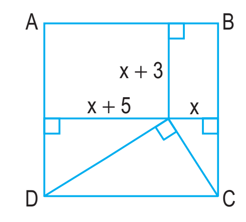
A) 6 B) 4 C) 3
D) 8 E) 5

38. Halla HC, si AB = $2\sqrt{5}$ y AH = 4



A) 0,5 B) 1 C) 1,5
D) 2,5 E) 2

39. En la siguiente figura ABCD es un cuadrado. Calcula x.



A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Resolución de problemas

40. En un cuadrilátero ABCD, calcula la medida de la proyección de $\overline{BC}$ sobre $\overline{AD}$, si AB = 10; CD = $10\sqrt{2}$ y AD = 21.

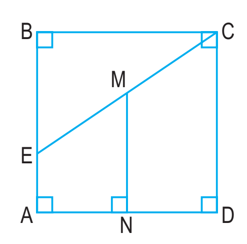
Además: m∠A = 37° y m∠D = 45°.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

41. En un triángulo rectángulo ABC (recto en B), se traza la altura BH. Calcula AH, si: AH = BC y (AB) (BH) = 16.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

42. Calcula BC, siendo ABCD un cuadrado y EM = MC = MN = 5.



A) 9 B) 8 C) 7
D) $4\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

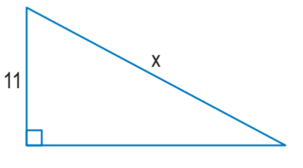
43. Se tiene un triángulo ABC (m∠B = 90°); AB = 3 y BC = 4. Calcula AI, si I es el incentro del triángulo ABC.

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt{6}$ E) $\sqrt{7}$

44. En un triángulo rectángulo (recto en B) ABC se traza la altura BH. Si AB = 6 y HC – AH = 1, calcula AC.

A) 5 B) 8 C) 10
D) 12 E) 9

45. Calcula x, si las medidas de los catetos son números enteros.



A) 15 B) 13 C) 61
D) 43 E) 62

46. En un rombo una diagonal mide 8 y su perímetro es 24. Halla la otra diagonal.

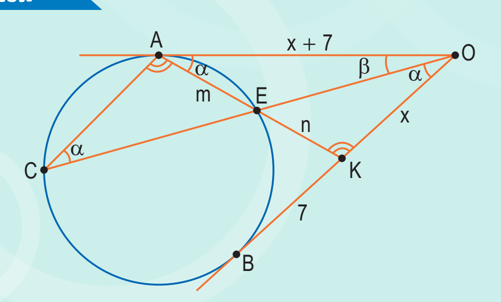
A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{5}$
D) $6\sqrt{5}$ E) $5\sqrt{5}$



MARATÓN Matemática

Desde el punto O, exterior a una circunferencia se trazan dos rectas tangentes en los puntos A y B de dicha circunferencia; luego por el punto A se traza una recta paralela a $\overline{OB}$, la cual corta a la circunferencia en el punto C. $\overline{OC}$ interseca a la circunferencia en el punto E. Finalmente, la prolongación de $\overline{AE}$ y el segmento OB se cortan en K; si KB = 7 u, halla la longitud de OK.

Resolución



Primero asignamos los siguientes valores simbólicos:

OK = x, AE = m y EK = n

luego sabemos que $\overline{AC} \parallel \overline{OB}$, por lo tanto $m\angle COB = m\angle ACO = \alpha$;

pero por ángulo inscrito y semiinscrito $m\angle ACE = \dfrac{m\overset{\frown}{AE}}{2} = m\angle OAE$

Por lo tanto: $\Delta EKO \sim \Delta OKA \Rightarrow \dfrac{x}{n} = \dfrac{m+n}{x}$

$\therefore\ x^2 = n(m+n)$ ... (I)

Luego, por el teorema de la tangente:

$7^2 = n(m+n)$ ... (II)

igualando (I) = (II) $\Rightarrow$ x = 7 u

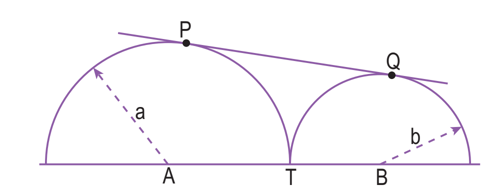


1. Los lados de un triángulo ABC miden: AB = 16 cm, BC = 12 cm y AC = 20 cm; desde el vértice opuesto al lado menor se traza una bisectriz la cual corta al lado opuesto en el punto M, y desde ahí se traza una paralela al lado mayor y se forma un nuevo triángulo en el cual uno de sus ángulos internos es el del triángulo original. Determina el perímetro de este triángulo en centímetros.

A) 24 cm B) 16 cm C) $\dfrac{128}{3}$ cm

D) $\dfrac{80}{3}$ cm E) $\dfrac{64}{3}$

2. En la figura P; Q y T son puntos de tangencia; a y b son los radios de las semicircunferencias. Determina la distancia del punto T al segmento PQ.



A) $2\sqrt{ab}$ B) ab/(a + b) C) $\sqrt{ab}$

D) 2ab/(a + b) E) $\sqrt{a^2+b^2}$

3. En un triángulo ABC, se traza la altura BH; luego en el triángulo BHC se traza a su vez la altura HM, finalmente se traza $\overline{MN} \perp \overline{AB}$ ($N \in \overline{AB}$) de modo que $\overline{BH} \cap \overline{MN} = \{P\}$ y 3(AC) = 5(PH), MH = 12u; calcula BC.

A) 10 u B) 13 u C) 20 u

D) 24 u E) 25 u

4. En un triángulo rectángulo la mediana relativa a un cateto de longitud **b** se interseca perpendicularmente con la mediana relativa a la hipotenusa, entonces la longitud del otro cateto es:

A) $\dfrac{b}{2}$ B) $\dfrac{b}{3}$ C) $b\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

D) $b\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$ E) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}b$

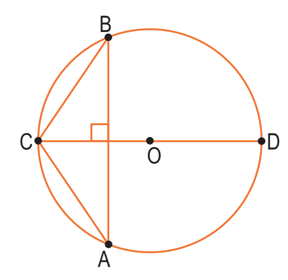
5. En un triángulo rectángulo la diferencia de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa es igual a la altura relativa a dicha hipotenusa, ¿cuánto mide la hipotenusa?

A) $\sqrt{3}$ h B) $\sqrt{2}$ h C) $\sqrt{5}$ h

D) 2h E) $\sqrt{6}$ h

6. En la siguiente figura, calcula la distancia del baricentro del triángulo ABC al vértice C; siendo $\overline{CD}$ el diámetro de la circunferencia; además se sabe que:

$BC = 12\sqrt{5}$ m y OD = 30 m



A) 4 m B) 10 m C) 6 m

D) 8 m E) 2 m


Geometría
Geometría
Geometría
Unidad 4
Geometría

RECUERDA

Leonhard Euler

Leonhard Euler nació el 15 de abril de 1707 en Basilea, Suiza y murió el 18 de septiembre de 1783 en San Petersburgo, Rusia. Recibió una educación muy completa, ya que al estudio de la matemática se unió el de la teología, la medicina, la astronomía, la física y las lenguas orientales.

En 1733, al terminar brillantemente la universidad, Euler se trasladó a Rusia, y dos años más tarde perdió la vista por completo. Pese a esto, reformó y mejoró la mayoría de sus primeros trabajos.
El trabajo de Euler se basó en facilitar los procedimientos de análisis y trabajó en todas las ramas de la matemática conocidas por entonces, agregando detalles, aportando pruebas y permitiendo un análisis más consistente de esta ciencia.

Euler amplió y perfeccionó la geometría plana y de los sólidos, introdujo el método analítico a la trigonometría.
Fue él quien, también en 1748, presentó a la geometría analítica de una manera formal, en primer lugar expuso el sistema de la geometría analítica en el plano, introduciendo además de las coordenadas rectangulares en el espacio, las oblicuas y polares; en segundo lugar, estudió las transformaciones de los sistemas de coordenadas; también clasificó las curvas según el grado de sus ecuaciones, estudiando sus propiedades generales.

En otros apartados de sus obras trató las secciones cónicas, las formas canónicas de las ecuaciones de segundo grado, las ramas infinitas y asintóticas de las secciones cónicas y clasificó las curvas de tercer y cuarto orden, demostrando la inexactitud de la clasificación newtoniana. También estudió las tangentes, problemas de curvaturas, diámetros y simetrías, semejanzas y propiedades afines, intersección de curvas, composición de ecuaciones de curvas complejas, curvas trascendentes y la resolución general de ecuaciones trigonométricas. Todos estos aspectos se recogen en el segundo tomo de la obra *Introducción al análisis* que Euler dedicó exclusivamente a la geometría analítica.

Introdujo las funciones beta y gamma; además estudió algunas ecuaciones diferenciales, mecánica continua, el movimiento de la Luna, el problema de los tres cuerpos, elasticidad, acústica, teoría de ondas de luz, hidráulica y música. Estableció los fundamentos de la mecánica analítica, especialmente en su *Teoría de los movimientos de cuerpos rígidos* (1765). Debemos a Euler muchas de las notaciones hoy día populares en matemáticas: f(x) para una función (1734), e para la base de los logaritmos naturales (1727), i para la raíz cuadrada de -1 (1777), π para pi, Σ para la notación abreviada de sumatorios (1755).

Reflexiona

- *La actividad es tan necesaria a la felicidad, como le es contraria la agitación.*
- *La beneficencia alegra dos corazones al mismo tiempo: al que da y al que recibe.*
- *Cuando se pierde la cabeza, los pies pierden el equilibrio.*
- *El que no modera el vuelo merece la caída.*

¡Razona...!

¿Cuántos palitos hay que mover como mínimo para obtener una igualdad correcta?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

XIII = VI

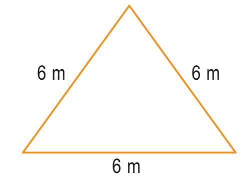
Aplicamos lo aprendido





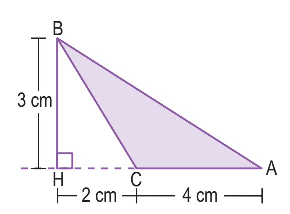
TEMA 1: ÁREA DE UNA SUPERFICIE PLANA

1 Calcula el área de la región triangular.



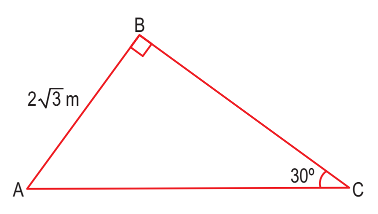
A) $9\sqrt{3}$ m^2 B) $7\sqrt{3}$ m^2 C) 36 m^2
D) 18 m^2 E) 12 m^2

2 Halla el área de la figura sombreada.



A) 12 cm^2 B) 9 cm^2 C) 8 cm^2
D) 6 cm^2 E) 15 cm^2

3 Halla el área del triángulo ABC.



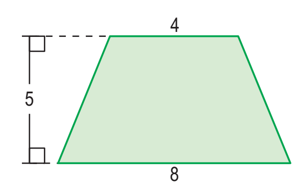
A) $4\sqrt{3}$ m^2 B) $12\sqrt{3}$ m^2 C) $8\sqrt{3}$ m^2
D) $6\sqrt{3}$ m^2 E) $6\sqrt{6}$ m^2

4 Calcula $S_{\triangle ABC}$ si AB = 9, BC = 13 y R = 4.

B
R
A
O
C

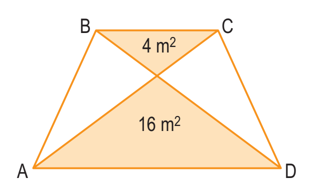
A) 36 B) 40 C) 46
D) 44 E) 48

5 Calcula el área de la región sombreada.



A) 20 B) 30 C) 12
D) 40 E) 60

6 Halla el área del trapecio ABCD.



A) 30 m^2 B) 36 m^2 C) 20 m^2
D) 64 m^2 E) 38 m^2

7 En un trapecio rectángulo ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$), se sabe $\overline{BC} = 6$; $\overline{AD} = 8$ y el área del trapecio es 28 m^2. Calcula AB.

A) 3 m B) 2 m C) 4 m
D) 5 m E) 7 m

8 Halla el área de un cuadrado inscrito en una circunferencia cuyo radio mide 3 cm.

A) 18 cm^2 B) 19 cm^2 C) 20 cm^2
D) 21 cm^2 E) 22 cm^2

9 En un trapecio de bases 3 y 5 m, la medida del área de su región es 44 m^2. Calcula la altura del trapecio.

A) 10 m B) 12 m C) 11 m
D) 9 m E) 8 m

10 El área de una región cuadrada inscrita en un semicírculo es al área de la región cuadrada inscrita al círculo entero, como:

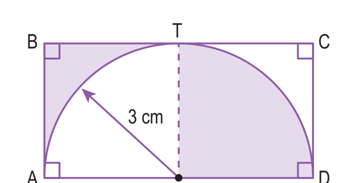
A) 1 : 2 B) 2 : 5 C) 2 : 3
D) 3 : 5 E) 6 : 4

11 Halla el área de un sector circular, cuyo ángulo central mide 30° y de radio igual a 2 cm.

A) $\frac{\pi}{2}$ cm^2 B) $\frac{\pi}{3}$ cm^2 C) $\frac{\pi}{4}$ cm^2
D) $\frac{\pi}{6}$ cm^2 E) $\frac{2\pi}{6}$ cm^2

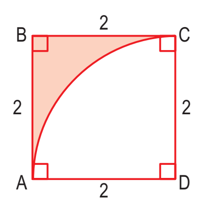
12 Calcula el área de la región sombreada.





A) 9π cm^2 B) 5 cm^2 C) 9 cm^2
D) 5π cm^2 E) 6π cm^2

13 Halla el área de la región sombreada.



A) $3 + \pi$ B) $4 + \pi$ C) $2 + \pi$
D) $4 - \pi$ E) $6 - \pi$

14 Halla el área de la región sombreada.

A) $2\pi - 6$ B) $4 - \pi$ C) $16 - \pi$
D) $4 + 2\pi$ E) $16 - 2\pi$

Claves

1. A 3. D 5. B 7. C 9. C 11. B 13. D
2. D 4. D 6. B 8. A 10. B 12. C 14. E

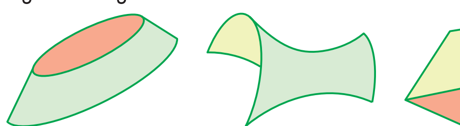


Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

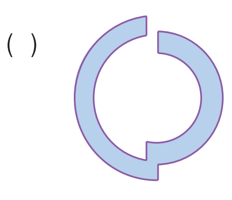
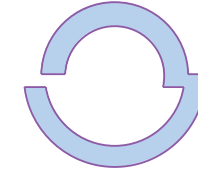
1. Índice ✓ (correcto) o X (incorrecto) teniendo en cuenta las siguientes figuras:



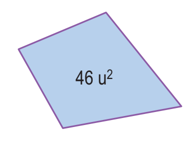
I. Las superficies de color amarillo son superficies planas. ( )
II. Las superficies de color verde no son superficies planas. ( )
III. Las superficies de color rojo son superficies planas. ( )

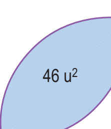
2. Relaciona:

I. Regiones semejantes ( )

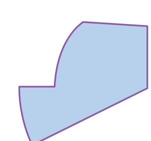
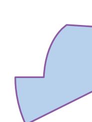



II. Regiones congruentes ( )



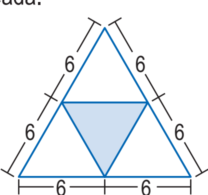


III. Regiones equivalentes ( )

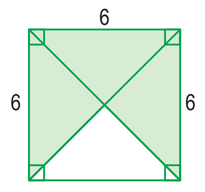
Razonamiento y demostración

3. Halla el área sombreada.



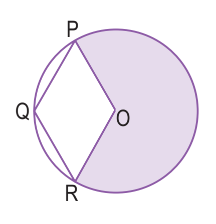
A) $12\sqrt{3}$ B) $10\sqrt{3}$ C) $14\sqrt{3}$
D) $9\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

4. Halla el área sombreada.



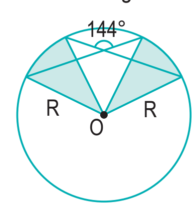
A) 28 B) 27 C)26
D) 25 E) 24

5. En la figura OPQR es un rombo. Calcula el área sombreada si O es el centro de la circunferencia de radio igual a 1.



A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{2\pi}{3}$
D) $\frac{\pi}{3}$ E) π

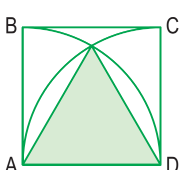
6. Calcula la suma de áreas de las regiones sombreadas (R = 6 m).



A) 9π m^2 B) 12π m^2 C) $\frac{24\pi}{5}$ m^2
D) $\frac{36\pi}{5}$ m^2 E) $\frac{54\pi}{5}$ m^2

Resolución de problemas

7. ABCD es un cuadrado de 4 m de lado. Halla el área de la región sombreada.



A) $\sqrt{3}$ m^2 B) $2\sqrt{3}$ m^2 C) $3\sqrt{3}$ m^2
D) $4\sqrt{3}$ m^2 E) $5\sqrt{3}$ m^2

8. Calcula el área de la región limitada por un triángulo cuyos lados miden 5; 8 y 5.

A) 24 B) 20 C) 16 D) 12 E) 8

9. Halla el área de un trapecio isósceles de bases 10 m y 20 m, en el cual dos ángulos interiores miden x y 3x.

A) 75 m^2 B) 90 m^2 C) 45 m^2
D) $75\sqrt{2}$ m^2 E) 80 m^2

10. El perímetro de un terreno rectangular es 62 m y su diagonal mide 25 m. Halla el área del terreno.

A) 168 m^2 B) 164 m^2 C) 160 m^2
D) 150 m^2 E) 120 m^2

11. En un sector circular de ángulo central 60° y radio R = 6 m; se halla inscrito un círculo. Halla el área de la región exterior al círculo e interior al sector.

A) π m^2 B) 2π m^2 C) 3π m^2
D) 4π m^2 E) 5π m^2

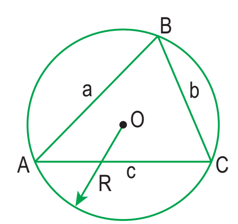
NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. El área de una superficie se mide en unidades cuadradas. ( )
II. El área de una región plana está limitada por su contorno. ( )
III. Un plano posee un área de valor infinito. ( )

13. Indica cual de las fórmulas es la incorrecta con un aspa (X).



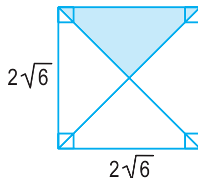
I. $A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(a + b + c)R$ ( )

II. $A_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}$ ( )

III. $A_{\triangle ABC} = \sqrt{\frac{(a + b + c)(a + b)(b + c)(a + c)}{2}}$ ( )

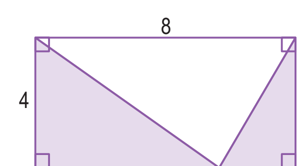
Razonamiento y demostración

14. Calcula el área sombreda.



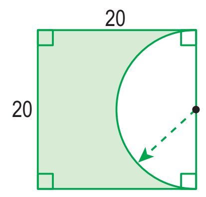
A) 8
B) 12
C) 3
D) 2
E) 6

15. Halla el área sombreada.



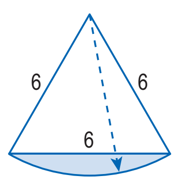
A) 15
B) 13
C) 18
D) 16
E) 12

16. Halla el área sombreada.



A) $40(4 - \pi)$
B) $50(4 - \pi)$
C) $50(8 - \pi)$
D) 316
E) 260

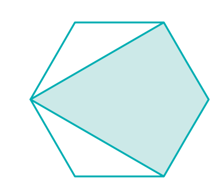
17. Halla el área sombreada.



A) $6\pi - 9\sqrt{3}$
B) $6\pi + 3\sqrt{3}$
C) $6\pi - 2\sqrt{3}$
D) $8\pi - 9\sqrt{3}$
E) $8\pi - 2\sqrt{3}$

Resolución de problemas

18. La figura muestra un hexágono regular de lado 4. Halla el área de la parte sombreada.



A) $12\sqrt{3}$
B) $16\sqrt{3}$
C) $8\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{3}$
E) $10\sqrt{3}$

19. En un triángulo isósceles ABC, se prolonga la base $\overline{BC}$ una longitud igual, hasta el punto P. Desde P se trazan perpendiculares a los lados iguales del triángulo dado: PM y PN. Si PN = 5 y AB = 6; halla el área de la región triangular ABC.

A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

20. En un paralelogramo ABCD de base AB = 18 m y altura 12 m, se une D con E y F, puntos medios de AB y BC respectivamente. Halla el área del cuadrilátero BFDE.

A) 144 m^2 B) 72 m^2 C) 162 m^2
D) 54 m^2 E) 108 m^2

21. Halla el área del rombo cuyas diagonales están en la relación de 1 a 3 y la distancia del centro a un lado es 3 cm.

A) 50 cm^2 B) 60 cm^2 C) 70 cm^2
D) 55 cm^2 E) 65 cm^2

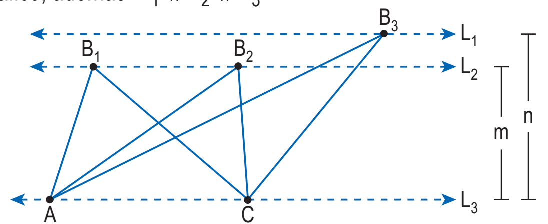
22. En un triángulo equilátero ABC de 2 m de lado, haciendo centro en cada vértice y con un radio igual a la mitad del lado, se trazan tres arcos de circunferencia. Calcula el área comprendida entre los tres arcos.

A) $\left(\sqrt{2} + \frac{\pi}{2}\right)m^2$ B) $\left(\sqrt{5} - \frac{\pi}{3}\right)m^2$
C) $\left(\sqrt{5} - \frac{\pi}{2}\right)m^2$ D) $\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)m^2$
E) $\left(\sqrt{7} - \frac{\pi}{2}\right)m^2$

NIVEL 3

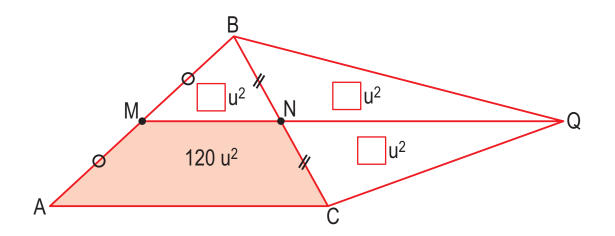
Comunicación matemática

23. Coloca V (verdadero) o F (falso) teniendo en cuenta el siguiente gráfico; además $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$



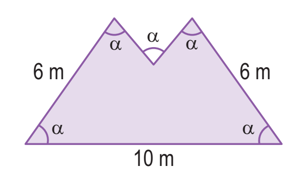
I. $(A_{\triangle AB_2C} / A_{\triangle AB_3C}) = (n/m)$ ( )
II. $(A_{\triangle AB_1C} / A_{AB_2C}) = 1$ ( )
III. $(A_{\triangle AB_1C} / A_{\triangle AB_3C}) = (m/n)$ ( )

24. Completa los recuadros en blanco teniendo en cuenta los valores presentes en los siguientes gráficos; además MN = 10 y NQ = 20.



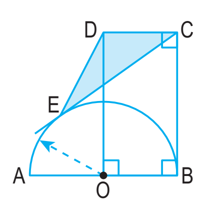
Razonamiento y demostración

25. Halla el área de la región sombreada.



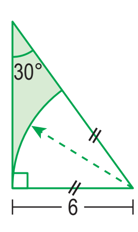
A) $15\sqrt{3}\ m^2$ B) $19\sqrt{3}\ m^2$ C) $17\sqrt{3}\ m^2$
D) $8\sqrt{3}\ m^2$ E) $11\sqrt{3}\ m^2$

26. De la figura, calcula el área de la región sombreada, si BC = AB = 6 m (E es punto de tangencia).



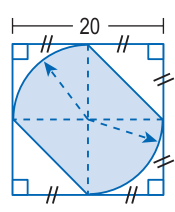
A) 3,4 m^2 B) 4,4 m^2 C) 5,4 m^2
D) 6,4 m^2 E) 6 m^2

27. Halla el área sombreada.



A) $6(2\sqrt{3} - \pi)$
B) $6(3\sqrt{3} - \pi)$
C) $10(2\sqrt{3} - \pi)$
D) $10(2\sqrt{3} - 3\pi)$
E) $5(2\sqrt{3} - 3\pi)$

28. Halla el área sombreada.



A) 260
B) 264
C) 257
D) 258
E) 241

Resolución de problemas

29. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la bisectriz interior $\overline{AN}$ (N en $\overline{BC}$), de modo que NB = 3 y NC = 5. Calcula el área de la región triangular ANC.

A) 15 B) 18 C) 24
D) 28 E) 30

30. El área de una región triangular ABC es 64. Sobre $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se toman los puntos M y N respectivamente, tales que AB = 4BM y BN = NC. Calcula el área de la región triangular MBN.

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 16

31. En un rectángulo ABCD, se ubica M punto medio de $\overline{CD}$.
Si $\overline{AC} \cap \overline{BM} = \{L\}$ y el área de la región cuadrangular ADML es 5 m^2. Calcula el área de la región cuadrangular ABCD.

A) 8 m^2 B) 9 m^2 C) 10 m^2
D) 12 m^2 E) 14 m^2

32. Se tiene un rombo cuyos lados son dos radios y dos cuerdas de una circunferencia cuyo diámetro mide 12 m. Calcula el área de la región limitada por dicho rombo.

A) $12\sqrt{6}\ m^2$ B) 36 m^2 C) $24\sqrt{3}\ m^2$
D) 32 m^2 E) $18\sqrt{3}\ m^2$

33. Calcula el área común de dos círculos iguales de radio R que se cortan de modo tal que uno de ellos pasa por el centro del otro.

A) $R^2\left[\frac{3\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ B) $R^2\left[\frac{3\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

C) $R^2\left[\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ D) $R^2\left[\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

E) $R^2\left[\frac{3\pi}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}\right]$

Claves

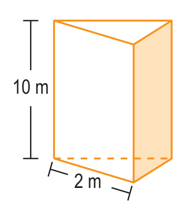
NIVEL 1	7. D	13.	21. B	27. B
1.	8. D	14. E	22. D	28. C
2.	9. A	15. D	NIVEL 3	29. A
3. D	10. A	16. C	23.	30. B
4. B	11. B	17. A	24.	31. D
5. C	NIVEL 2	18. B	25. C	32. E
6. D	12.	19. C	26. C	33. D
		20. E		

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: GEOMETRÍA DEL ESPACIO

1 Se muestra un prisma recto triangular regular. Calcula su volumen.



A) $2\sqrt{3}$ m^3 B) $5\sqrt{3}$ m^3 C) $10\sqrt{3}$ m^3
D) $8\sqrt{3}$ m^3 E) $9\sqrt{3}$ m^3

2 Si el volumen del prisma cuadrangular regular es 160 u^3, calcula h.

h
4 u

A) 2 u B) 14 u C) 5 u
D) 10 u E) 16 u

3 Calcula la longitud del radio de una esfera, sabiendo que el área de la superficie esfèrica es numéricamente igual a su volumen.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

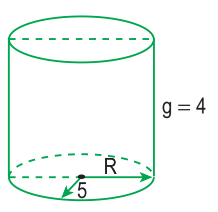
4 El diámetro de una esfera mide 12 cm, calcula el área de la superficie esférica y su volumen, respectivamente.

A) 100π cm^2 y 200π cm^3 B) 200π cm^2 y 150π cm^3 C) 216π cm^2 y 200π cm^3
D) 144π cm^2 y 288π cm^3 E) 288π cm^2 y 300π cm^3

5 Si los lados de un paralelepípedo rectangular miden 5 m, 8 m y 12 m. Halla el volumen de dicho paralelepípedo.

A) 480 m^3 B) 360 m^3 C) 240 m^3
D) 120 m^3 E) 660 m^3

6 Calcula el área total del cilindro.



A) $45\ \pi$ B) $90\ \pi$ C) $60\ \pi$
D) $30\ \pi$ E) $10\ \pi$

7 Calcula el volumen de un prisma cuadrangular regular de arista básica 4 y altura 3.

A) 36 B) 45 C) 48
D) 40 E) 50

8 Si el radio de una esfera es 2, halla el área de la superficie esférica.

A) 18π B) 16π C) 64π
D) 8π E) 8π

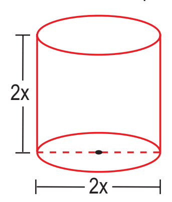
9 ¿Cuánto mide el radio de una esfera de volumen $4\sqrt{3}\,\pi$?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{4}$ E) $\sqrt{5}$

10 Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular regular de arista $6\sqrt{2}$, si la arista lateral forma con la base un ángulo de 45°.

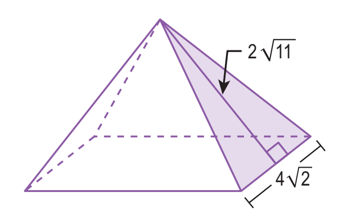
A) 162 B) 68 C) 36
D) 144 E) 72

11 Calcula x, si $A_T = 54\pi$.



A) 4 B) 5 C) 3
D) 7 E) 8

12 Calcula el volumen de la pirámide cuadrangular.



A) 16 B) 32 C) 64
D) 128 E) 256

13 El área lateral de una pirámide hexagonal regular es igual a 202,5 m^2. La apotema de la pirámide mide 9 m. Calcula el lado de la base.

A) 7,1 m B) 7,2 m C) 7,3 m
D) 7,4 m E) 7,5 m

14 Un cubo tiene arista igual a **b** y es equivalente a una pirámide cuadrangular regular cuya arista básica mide **b**. Calcula la altura de la pirámide.

A) 3b B) 2b C) 4b
D) b E) 5b

Claves

1. C	3. C	5. A	7. C	9. C	11. C	13. E
2. D	4. D	6. B	8. B	10. D	12. C	14. A

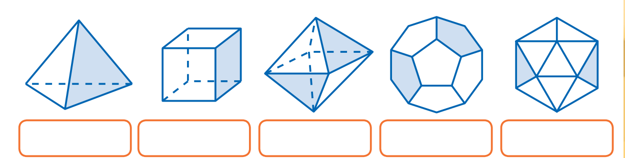
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Escriba los nombres de los siguientes poliedros regulares.



2. Relaciona:

Unión de infinitos puntos colineales sin un punto de origen.	Poliedro
Superficie llana perfectamente lisa, sin espesor, que se extiende indefinidamente en todas las direcciones.	Plano
Contiene al menos 4 puntos no coplanares.	Recta
Porción del espacio separado del espacio inmediato por un conjunto de puntos que forman la superficie del sólido.	Sólido geométrico
Sólido geométrico formado por polígonos contiguos situados en distintos planos que constituyen las caras.	Espacio

3. Escriba cuáles son las propiedades del cubo y del tetraedro regular:

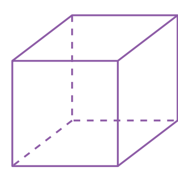
Poliedro regular, de 6 caras iguales.	( )
Poliedro regular de 4 caras iguales.	( )
$V = a^3$	( )
$V = \frac{1}{3}Sh$	( )

4. Escriba las fórmulas de la esfera y del cilindro.

Esfera	Cilindro
V = A_S =	V = A_L = A_T =

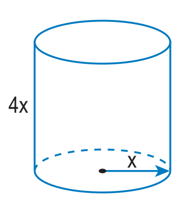
Razonamiento y demostración

5. En la figura se muestra un prisma cuadrangular regular de arista básica 4 m. ¿Cuánto mide la altura, si el volumen del sólido es 64 m^3?



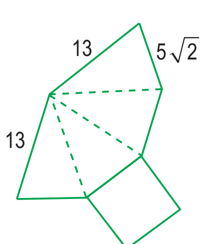
A) 1 m B) 2 m C) 4 m
D) 5 m E) 6 m

6. Calcula x, si V = 864π.



A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

7. La figura muestra el desarrollo de la superficie de una pirámide cuadrangular regular. Calcula el volumen de la pirámide.



A) 100 B) 150 C) 200
D) 250 E) 300

Resolución de problemas

8. El volumen de una pirámide regular triangular es $24\sqrt{3}$ y su arista básica mide $4\sqrt{3}$. ¿Cuánto mide la altura?

A) 4 B) 8 C) 7
D) 9 E) 6

9. Si el radio de una esfera es 3, halla el volumen de la esfera.

A) 36π B) 64π C) 81π
D) 25π E) 16π

10. Calcula el área de la superficie total de un rectoedro de dimensiones 2; 4 y 6.

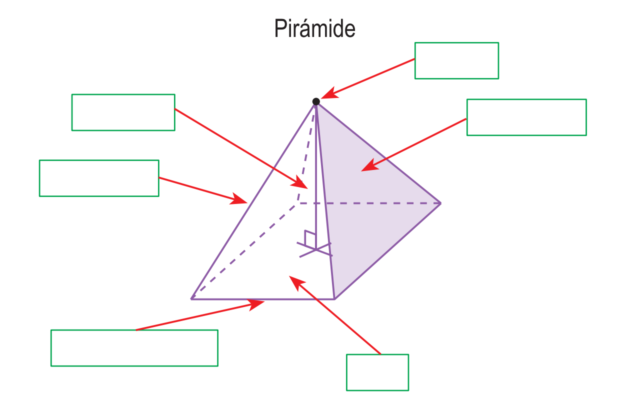
A) 44 B) 53 C) 88
D) 48 E) 96

NIVEL 2

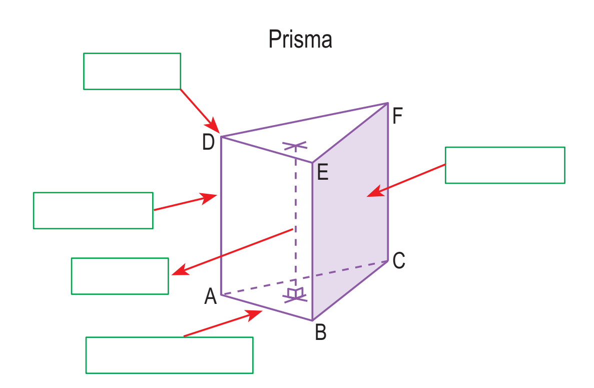
Comunicación matemática

11. Señala los elementos de: la pirámide; el prisma y el cilindro.

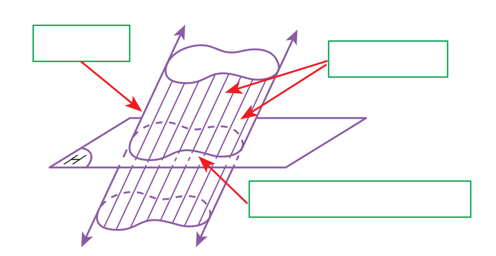
Pirámide



Prisma



Cilindro



12. Escribe (V) o (F) sobre la definición de la recta:

I. Es la unión de infinitos puntos. ( )
II. Por dos puntos pasa una recta. ( )
III. Por tres puntos pasa una recta. ( )
IV. Por tres puntos puede pasar una recta. ( )

13. Coloca (V) o (F) acerca de la recta:

I. Una recta tiene punto de origen. ( )
II. Un punto pertenece a una recta. ( )
III. Un punto puede pertenecer a una recta. ( )
IV. Un punto define una recta. ( )

14. Coloca (V) o (F) sobre la definición del plano:

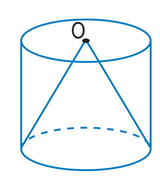
I. Por tres puntos pasa un plano. ( )
II. Por dos rectas paralelas pasa un plano. ( )
III. Se le denota como ▱p. ( )
IV. Infinitos puntos determinan un plano. ( )

Razonamiento y demostración

15. Una esfera tiene una superficie de 36π m^2. Calcula su volumen.

A) 6π m^3 B) 18π m^3 C) 36π m^3
D) 20π m^3 E) 40π m^3

16. Calcula la relación entre el volumen del cilindro recto y el cono recto mostrado.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

17. Halla el área total de un cubo, si su diagonal mide $3\sqrt{3}$ m.

A) 27 m^2 B) 54 m^2 C) 9 m^2
D) 18 m^2 E) 30 m^2

Resolución de problemas

18. En un prisma cuadrangular regular, la longitud de la arista lateral es el doble de la longitud de la arista básica y el volumen es 16. Calcula la distancia de un vértice al centro de la otra base.

A) $\frac{7}{2}\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{3}$

19. Calcula el área de la superficie lateral de una pirámide triangular regular, si sus aristas básica y lateral miden 6 y 5, respectivamente.

A) 28 B) 30 C) 32
D) 36 E) 40

20. Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular regular donde el área de la superficie lateral es igual al doble del área de la base y a su vez igual a 72.

A) $18\sqrt{2}$ B) $24\sqrt{6}$ C) 30
D) $26\sqrt{6}$ E) $36\sqrt{3}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Indica cuántos enunciados son correctos:

I. Cuatro puntos definen el espacio. ( )
II. Cuatro puntos no colineales definen el espacio. ( )
III. Cuatro puntos no coplanares definen el espacio. ( )
IV. Cuatro puntos no colineales ni coplanares definen el espacio. ( )

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

22. Indica qué afirmaciones son correctas:

I. Una esfera es un poliedro. ( )
II. Un poliedro tiene como mínimo 4 caras. ( )
III. Existen 6 poliedros regulares. ( )
IV. Un poliedro no tiene regiones circulares. ( )

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) II y IV

23. Indica qué afirmaciones son incorrectas:

I. Una pirámide tiene base circular. ( )
II. Un prisma tiene base circular. ( )
III. Un prisma es un poliedro. ( )
IV. Una pirámide es un poliedro. ( )

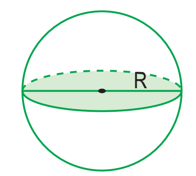
A) Solo I B) Solo III C) Solo IV
D) I y II E) I y IV

24. Coloca (V) o (F) según corresponda:

I. Un cilindro es un sólido geométrico. ( )
II. Una pirámide es un sólido geométrico. ( )
III. El hexaedro regular es un prisma. ( )
IV. El paralelepípedo es un prisma. ( )

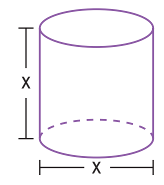
Razonamiento y demostración

25. Halla el área de la superficie esférica y el volumen de la esfera, si el área de su círculo máximo es 81π.



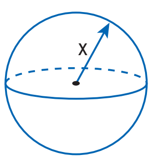
A) 81π; 324π B) 324π; 405π C) 162π; 324π
D) 324π; 972π E) 324π; 486π

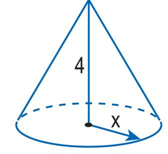
26. Calcula x, si $A_T = 54\pi$.



A) 6 B) 4 C) 7
D) 3 E) 2

27. Si los sólidos son equivalentes. Calcula x.





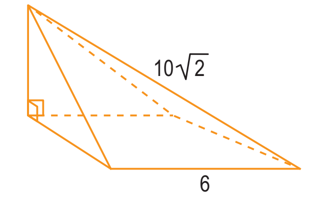
A) 2 B) 1 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución de problemas

28. Se tiene un cubo tal que la distancia del centro de una cara a un vértice de la cara opuesta es 6. Calcula el volumen del cubo.

A) $15\sqrt{2}$ B) $48\sqrt{6}$ C) $6\sqrt{6}$
D) $24\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{6}$

29. Determina el volumen de la pirámide mostrada, si su base es un cuadrado.



A) $54\sqrt{2}$ B) $72\sqrt{3}$ C) $84\sqrt{2}$
D) $96\sqrt{2}$ E) $112\sqrt{2}$

30. El área lateral de una pirámide cuadrangular regular es los 2/3 del área lateral de un prisma recto de la misma base y altura que la pirámide. Si el lado de la base mide 4, calcula la medida de la altura.

A) $\frac{3\sqrt{7}}{5}$ B) $\frac{4\sqrt{7}}{7}$ C) $\frac{5\sqrt{7}}{7}$
D) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$ E) $\frac{3\sqrt{7}}{5}$

Claves

NIVEL 1	7. C	13.	20. E	26. A
1.	8. E	14.	NIVEL 3	27. A
2.	9. A	15. C	21. A	28. B
3.	10. C	16. C	22. E	29. D
4.	NIVEL 2	17. B	23. D	30. D
5. C	11.	18. C	24.	
6. C	12.	19. D	25. D	

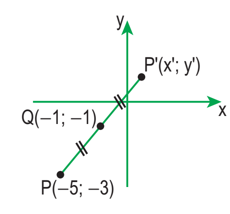


Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS EN EL PLANO CARTESIANO

1 Halla el punto simétrico a P(–5; –3) con respecto al punto Q(–1; –1).

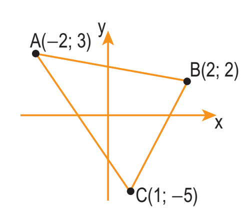


A) P'(3; 1)   B) P'(–1; 3)   C) P'(3; –1)
D) P'(–3; 1)   E) P'(1; 3)

2 Halla la suma de las coordenadas del punto simétrico a P(–7; 8) con respecto al eje y.

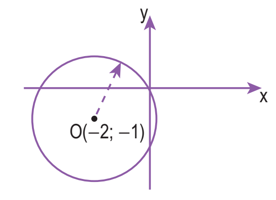
A) –15   B) –1   C) 1
D) 15   E) N.A.

3 Del gráfico, calcula las coordenadas simétricas del punto A, respecto al punto (1; 0).



A) A'(2; 3)   B) A'(4; 3)   C) A'(3; 4)
D) A'(–2; –3)   E) A'(4; –3)

4 Calcula las coordenadas del punto simétrico del centro de la circunferencia con respecto a Q(1; –2).



A) (3; –4)   B) (3; –3)   C) (4; –4)
D) (4; –3)   E) (2; –3)

5 Halla el baricentro del triángulo simétrico al triángulo ABC con respecto al punto (–2; 0). Si A es (–7; 1), B es (–2; 4) y C es (–5; 7).

A) $\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ B) $\left(2; -\frac{4}{3}\right)$ C) $\left(\frac{2}{3}; -4\right)$
D) $\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ E) $\left(4; -\frac{2}{3}\right)$

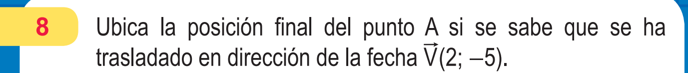
6 Ubica la posición final del punto A(2; 3). Si se sabe que se ha trasladado 3 unidades en dirección del eje –x.

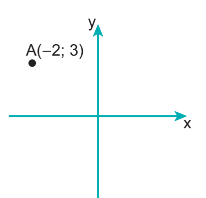
A) A'(–1; 3)   B) A'(2; 6)   C) A'(–2; 6)
D) A'(3; 1)   E) A'(–1; –3)

7 Ubica la posición final del punto P(–1; 4) si se sabe que se ha trasladado en dirección de la flecha $\vec{V}(3;\ 3)$.

A) (2; 1) B) (2; –1) C) (2; –2)
D) (1; 2) E) (1; –2)

8 Ubica la posición final del punto A si se sabe que se ha trasladado en dirección de la fecha $\vec{V}(2; -5)$.





A) (0; 8) B) (0; –2) C) (4; 2)
D) (0; 2) E) (4; –2)

9 Se tienen dos puntos en el plano cartesiano, A y B, donde A tiene coordenadas (0;12,5). Si ambos puntos están en el primer cuadrante y la distancia entre ambos es de 25; calcula la longitud del menor recorrido para ir de A hasta B tocando en el trayecto al eje de coordenadas x; además B dista 19,5 del mismo.

A) 30 B) 35 C) 40
D) 45 E) 50

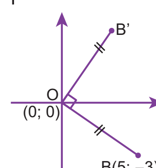
10 A y C están ubicados en los puntos (2; 4) y (16; 12) respectivamente. Se pide ubicar el segmento PQ en el eje de coordenadas x; tal que el recorrido APQC sea mínimo. Calcula en esa posición AP + QC. ($\overline{PQ}$ // eje x) (PQ = 2).

A) 24 B) 25 C) 23
D) 20 E) 21

11 En el triángulo de vértices A(–5; 2), B(–1; 2) y C(3; 2); halla la distancia entre M' y N' si M' = Tras $M_{(0;\ -4)}$ y N' = Tras $N_{(0;\ 4)}$ donde M y N son los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ respectivamente.

A) 10 B) 8 C) 9
D) 12 E) 11

12 Del gráfico, halla la diferencia de las coordenadas de la posición final de B.



A) 2,5 B) 1,5 C) 3
D) 2 E) 1,2

13 Halla la diferencia de las coordenadas de la posición final de P(4; –5), si se sabe que ha rotado 60° con respecto al punto (–2; 1), en sentido antihorario.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

14 El punto P(5; 7) ha sido rotado 90° en sentido antihorario con respecto al punto (3; –1). Halla el producto de las coordenadas de la nueva posición de P.

A) –6 B) –5 C) –4
D) –3 E) –2

Claves

1. A 3. E 5. C 7. A 9. C 11. A 13. C
2. D 4. D 6. A 8. B 10. D 12. D 14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

II. Si: $A \in$ II C $\Rightarrow$ Sim $A_{(0;\,0)} \in$ IV C ( )

III. Si P' es simétrico a P con respecto a la recta $\overleftrightarrow{L} \Rightarrow \overline{PP'} \perp \overleftrightarrow{L}$ ( )

IV. Si: $\overleftrightarrow{L} \parallel \overrightarrow{x}$ (eje x) y $A \in$ I C ( )

$A' =$ Sim $A_{(\overleftrightarrow{L})} \Rightarrow A' \in$ II C

V. Si: $\overline{PP'} \parallel \overrightarrow{V}$; si P' es la traslación del punto P en dirección y sentido de $\overrightarrow{V} \Rightarrow PP' = V = d$ ( )

2. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si $Q \in$ III C $\Rightarrow$ Sim $Q_{(x)} \in$ IV C ( )

II. Si $R \in$ IV C $\Rightarrow$ Sim $R_{(y)} \in$ II C ( )

III. Tras $(-2; 5)_{(4;\,0)} \in$ I C ( )

IV. Si $A \in$ II C y $O = (0; 0) \Rightarrow$ Rot $A_{(O;\,90°)} \in$ III C ( )

A) VFVF B) VVFF C) FVFV D) FFVV E) FVVF

Razonamiento y demostración

3. Halla el punto simétrico al punto (–3; 7) con respecto al eje x.

A) (–3; 7) B) (3; 7) C) (–3; –7) D) (3; –7) E) (7; 7)

4. Halla el punto simétrico a Q(–9; 5) con respecto al eje y.

A) (–9; 5) B) (–9; 9) C) (–9; 5) D) (9; –5) E) (9; 5)

5. Halla la diferencia de las coordenadas del punto simétrico a B(–9; 3) con respecto al origen de coordenadas.

A) 6 B) 12 C) –10 D) –6 E) 3

6. Halla la posición final del punto A(–1; –2) que se ha desplazado 3 unidades en dirección del eje x negativo.

A) (–2; 4) B) (–4; –2) C) (1; –2) D) (–2; 1) E) (–1; 4)

Resolución de problemas

7. Halla la posición final del punto D(–2; –1) que se ha trasladado 4 unidades en dirección del eje y positivo.

A) (3; –2) B) (–2; –3) C) (–3; 2) D) (2; 3) E) (–2; 3)

8. Halla la posición final del punto H(–2; 7) que se ha sido rotado 90° en sentido antihorario con respecto al origen de coordenadas.

A) (–7; –2) B) (–2; –7) C) (2; –7) D) (2; 7) E) (7; –2)

9. Halla la suma de las coordenadas de la posición final del punto P(–1; 4) que ha sido trasladado en dirección de la flecha $\overrightarrow{V}(3; 7)$.

A) 1 B) –1 C) 13 D) –5 E) 6

10. Halla la suma de las coordenadas de la posición final del punto T(–5; –5) luego de que esta ha rotado 53° en sentido antihorario con respecto al origen de coordenadas.

A) 7 B) –6 C) –5 D) 4 E) 3

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Sim $(2; 5)_{(x)} = (-2; 5)$ ( )

II. Sim $(-3; -2)_{(y)} = (3; -2)$ ( )

III. Tras $(-2; 1)_{(+x;\,3)} = (1; -1)$ ( )

IV. Si $O = (0; 0) \Rightarrow$ Rot $(-9; -3)_{(O;\,180°)} = (9; 3)$ ( )

A) FVFV B) VFVF C) VVFF D) FFVV E) FFFV

12. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Sim $(-5; 1)_{(x)} = (-5; -1)$ ( )

II. Tras $(-6; -3)_{(y;\,4)} = (-6; 1)$ ( )

III. Tras $(4; 3)_{(-x;\,7)} = (-3; 3)$ ( )

IV. Si $O = (0; 0) \Rightarrow$ Rot $(-7; 11)_{(O;\,90°)} = (-11; 7)$ ( )

A) VVFF B) VFFF C) VVVF D) VVVV E) FVVV

Razonamiento y demostración

13. Si: A = Sim $(-1; 5)_y$ y B = Sim $(-2; -3)_x$. Halla la distancia entre A y B.

A) $3\sqrt{13}$ B) $\sqrt{13}$ C) $\frac{3\sqrt{13}}{2}$ D) $2\sqrt{13}$ E) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

14. Si: M = Tras $(2; 4)_{(2;\,-x)}$ y G = Tras $(-3; -4)_{(4;\,\overline{y})}$. Halla la distancia entre M y G.

A) $3\sqrt{2}$ B) 4 C) $4\sqrt{2}$ D) 7 E) 5

15. Ubica los puntos: C = Rot $(2; -1)_{(O;\,180°)}$ $\wedge$ D = Rot $(-3; -3)_{(O;\,90°)}$

Donde O es el origen de coordenadas.

A) C(2; 1) D(3; 3) B) C(–2; 1) E(3; 3) C) C(2; –1) E(3; 3)

D) D(2; –1) D(–3; 3) E) C(–2; 1) D(3; –3)

16. Ubica las posiciones finales de los puntos P(1; –1) y Q(–6; 8) si estos han sido rotados 90° en sentido antihorario con respecto al origen de coordenadas.

A) P'(1; 1) Q'(–8; –6) B) P'(–1; –1) Q'(6; 8) C) P'(1; 1) Q'(8; –6)

D) P'(–1; 1) Q'(–6; 8) E) P'(–1; –1) Q'(8; –6)

Resolución de problemas

17. Ubica los puntos D = Sim $(-7; -5)_{(\overleftrightarrow{L})}$ y E = Sim $(0; 2)_{(\overleftrightarrow{L})}$.
Si $\overleftrightarrow{L}$ pasa por el punto (–2; 0) y es paralela al eje y.

A) D'(4; 2) E'(3 ; –5) B) D(–4; 2) Q'(3; 5) C) D(–4; 2) E(3; –5)

D) D(–4; –2) E(–3; –5) E) D(4; 2) E(3; 5)

18. Ubica los puntos: R = Sim (3; 8)$_{\overleftrightarrow{L}}$ y S = Sim (–8; –6)$_{\overleftrightarrow{L}}$

Si $\overleftrightarrow{L}$ pasa por los puntos (0; 0) y (2; 2).

A) R(8; 3) S(–6; –8) B) R(8; 3) S(6; –8) C) R(–8 ; 3) S(–6 ; –8)
D) R(8; 3) S(6; 8) E) R(–8; –3) S(–6; –8)

19. Ubica las nuevas posiciones de los puntos A(1; 2) y B(–3; 2), si estos han sido trasladados 3 unidades en dirección del eje x positivo.

A) A'(3; 2) B'(–1; 2) B) A'(0; 2) B'(4; 2) C) A'(4; 2) B'(0; 2)
D) A'(–4; 2) B'(0; 2) E) A'(0; –2) B'(–4; 2)

20. Ubica las posiciones finales de los puntos A(4; 3) y B(–2; 2). si estos han sido rotados 90° en sentido antihorario y con respecto al origen de coordenadas.

A) A'(3; –4) B'(2; 2) B) A'(–3; 4) B'(–2; –2) C) A'(–3; 4) B'(–2; 2)
D) A'(4; –3) B'(2; 2) E) A'(–3; –4) B'(2; –2)

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si P ∈ I C ⇒ Sim $P_{(y)}$ ∈ II C. ( )
II. Tras (–7; 4)$_{(y;\ 8)}$ ∈ IV C. ( )
III. Tras (1; 1)$_{(-2;\ 0)}$ ∈ II C. ( )
IV. Si C ∈ IV C y O = (0; 0) ⇒ Rot $C_{(O;\ -90°)}$ ∈ I C. ( )

A) VVVF B) VFVF C) FVFV D) VFFF E) VVFF

22. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Tras (3; –3)$_{(0;\ -5)}$ ∈ III C ( )
II. Si B ∈ I C y O = (0; 0) ⇒ Rot $B_{(O;\ -180°)}$ ∈ II C ( )
III. Si D ∈ II C y O = (0; 0) ⇒ Rot $D_{(O;\ 180°)}$ ∈ IV C ( )
IV. Si S ∈ II C ⇒ Sim $S_{(x)}$ ∈ I C ( )

A) FFFV B) VFFV C) VVFF D) FVVF E) FFVV

Razonamiento y demostración

23. Halla el punto simétrico a P(–12; –3) con respecto a (0; 1).

A) (12; –3) B) (12; 5) C) (–12; 3)
D) (3; 12) E) (–3; 12)

24. Ubica las posiciones finales de los puntos D(–1; 7) y E(4; –3). Si estos han sido trasladados 4 unidades en dirección del eje x negativo.

A) D'(–5; 7) E'(0; –3) B) D'(5; 7) E'(0; 3) C) D'(–5; –7) E'(0; –3)
D) D'(7; –5) E'(3; 0) E) D'(–7; 5) E'(–3; 0)

25. Ubica los puntos: C = Tras (–2; 5)$_{(5;\ 5)}$
F = Tras (6; –1)$_{(-2;\ -2)}$

A) C(3; 10) F(4; –3) B) C(–3; 10) F(–4; 3) C) C(3; –10) F(–4; –3)
D) C(10; –3) F(3; 4) E) C(–10; –3) F(–3; 4)

Resolución de problemas

26. Halla el radio vector de la posición final de N(–5; –3) luego de que este punto rotara 90° en sentido antihorario con respecto al punto (2; 4).

A) $3\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{10}$ C) $4\sqrt{10}$
D) $\sqrt{10}$ E) $5\sqrt{10}$

27. Halla la abscisa del punto de intersección entre el eje x y el segmento A'B', que es simétrico a la recta AB con respecto al punto (1; 1), además A(–4; 1); B(–2; 3).

A) –5 B) –2 C) 0
D) –2 E) 5

28. Halla la suma de coordenadas del punto A. Si se sabe que su posición final luego de haber sido trasladado en dirección de la flecha $\vec{V}$(7; –5) es A'(3; 0).

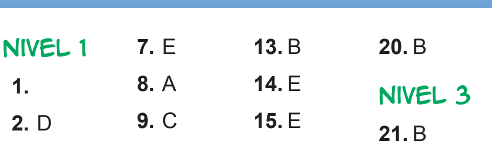
A) 3 B) 6 C) –5
D) 1 E) –7

29. El punto P(–2; 1) es rotado 30° en sentido antihorario con respecto a C(2; 1). Halla el producto de las coordenadas de la nueva posición de P.

A) $2-2\sqrt{3}$ B) $2-3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}-2$
D) $2\sqrt{3}-1$ E) $3\sqrt{3}-6$

30. Halla el radio vector del punto simétrico al punto B(3; 6) con respecto a la recta L, la cual pasa por los puntos (–4; 0) y (0; 1)

A) $\sqrt{27}$ B) $\sqrt{29}$ C) $\sqrt{23}$
D) $\sqrt{31}$ E) $\sqrt{19}$



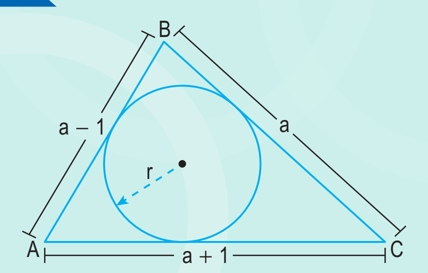
Claves

NIVEL 1	7. E	13. B	20. B	26. A
1.	8. A	14. E	NIVEL 3	27. E
2. D	9. C	15. E	21. B	28. D
3. C	10. B	16. A	22. E	29. C
4. E	NIVEL 2	17. C	23. B	30. B
5. B	11. A	18. A	24. A	
6. B	12. C	19. C	25. A	

MARATÓN Matemática

El área de una región triangular es $6\sqrt{6}$ cm^2, las longitudes de los lados son números enteros consecutivos. Calcula la longitud del radio de la circunferencia inscrita al triángulo (en cm).

Resolución



Datos:
a: número entero positivo.
$A_{\triangle ABC}$: $6\sqrt{6}$ cm^2

1.^{er} paso: en el $\triangle ABC$ tenemos:
$AB = a - 1$; $BC = a$; $AC = a + 1$ (números consecutivos)

Hallamos el valor del semiperímetro $\triangle ABC$:

$$P = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{a - 1 + a + a + 1}{2} = \frac{3a}{2} \quad \ldots (\alpha)$$

2.° paso: usamos el teorema del inradio y el teorema de Herón.
Del teorema de Herón:

$$A_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p - a)(p - a + 1)(p - a - 1)}$$

$$6\sqrt{3} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2} + 1\right)\left(\frac{a}{2} - 1\right)}$$, elevando al cuadrado:

$$\Rightarrow 36 \times 6 = \frac{3a^2}{4}\left(\frac{a^2}{4} - 1\right)$$

$$\therefore a = 6$$

Reemplazamos en (α):

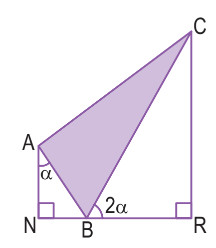
$$P = \frac{3a}{2} \Rightarrow \frac{3(6)}{2} \Rightarrow P = 9 \text{ cm}$$

Del teorema del inradio:

$$A_{\triangle ABC} = Pr$$

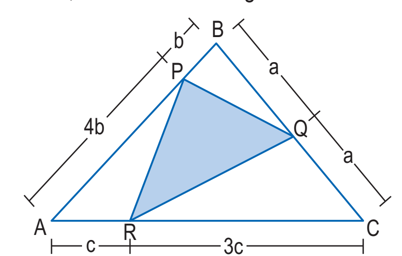
$$6\sqrt{6} = 9r \qquad \therefore r = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$$

1. De la figura, calcula el área de la región triangular ABC, sabiendo que $AN = 4$; $BR = 5$ y $CR = 12$



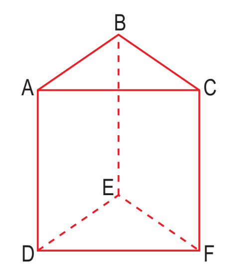
A) 24
B) 36
C) 26
D) 30
E) 16

2. En la figura mostrada, calcula el área de la región triangular PQR, si el área del triángulo ABC es 120 cm^2.



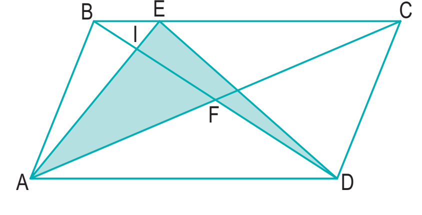
A) 45 cm^2
B) 30 cm^2
C) 29 cm^2
D) 39 cm^2
E) 96 cm^2

3. En un prisma recto de base triangular y de arista lateral 8, halla el área del $\triangle DBF$, si $AB = BC = 10$ y ACFD es un cuadrado.



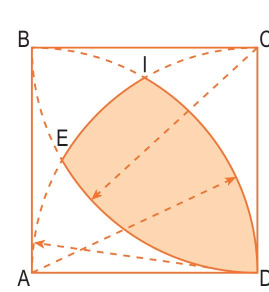
A) $8\sqrt{37}$
B) $\sqrt{37}$
C) $4\sqrt{37}$
D) $6\sqrt{37}$
E) $7\sqrt{37}$

4. De la figura mostrada, qué parte del área del paralelogramo ABCD es el área sombreada.



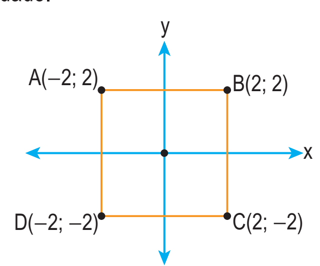
A) 1/2
B) 3/4
C) 1/4
D) 2/5
E) 5/4

5. En la figura calcula el área de la región sombreada; sí $AB = 4$ y ABCD es un cuadrado.



A) $4\left(\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}\right)$
B) $\frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3}$
C) $3\left(\frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3}\right)$
D) $4\left(\frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3}\right)$
E) $2\left(\frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3}\right)$

6. De la figura dada, el centro del cuadrado es trasladado al punto B y rotado 45°. Halla el área encerrada por el cuadrado formado y el cuadrado dado.



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra, en cada fila, ni en cada columna, ni en cada cuadrado.

1.

				3	2		7	
2	4		5			3	1	
	8				6			
1		5		7			4	
4			9	1	5			3
	9			6		7		1
			3				6	
	3	4			1		8	2
	5		4	2				

2.

4					7	6		8
				9	8	3		
7	1		6		3			
9	6	1				8		
	7			8			9	
		3				5	7	6
			2		9		8	5
		7	4	6				
3		5	8					9

3.

2	3				1	6		
	9			3		7	5	1
		7			8			4
		8	7					
	6			4			1	
					2	5		
6			8			9		
4	7	1		6			3	
		5	4				7	6

4.

	4			8		3	9	
3				1	9			6
9			3		2			
	5	9				7		
4	7			9			2	5
		6				4	8	
			1		5			4
2			9	3				7
	3	4		2			5	

5.

8		4	2					7
						5		
	5		6	7	9			8
		8	9		4	1		3
		2		5		6		
4		6	8		1	7		
6			7	3	8		1	
		7						
1					2	9		6

6.

		6			4		3	8
	7	8		2	3			
1	4				8		9	
			2	4			8	
7				9				4
	8			3	7			
	5		4				7	3
			1	7		8	5	
2	1		3			4		

7.

	8				3	1		
			5			7		8
7	6		8					
1			9		5	3	7	
				4				
	3	5	6		7			9
					8		5	6
3		8			9			
		1	4				3	

8.

		4	3	8			7	
2		6			7	8		
	8						9	5
	2		8		3			6
1				6				3
5			7		1		2	
6	9						1	
		5	1			4		2
	7			2	5	3		

Respuestas:

1.

5	6	9	1	3	2	4	7	8
2	4	7	5	9	8	3	1	6
3	8	1	7	4	6	2	9	5
1	2	5	8	7	3	6	4	9
4	7	6	9	1	5	8	2	3
8	9	3	2	6	4	7	5	1
9	1	2	3	8	7	5	6	4
7	3	4	6	5	1	9	8	2
6	5	8	4	2	9	1	3	7

2.

4	3	9	5	2	7	6	1	8
6	5	2	1	9	8	3	4	7
7	1	8	6	4	3	9	5	2
9	6	1	7	5	2	8	3	4
5	7	4	3	8	6	2	9	1
2	8	3	9	1	4	5	7	6
1	4	6	2	3	9	7	8	5
8	9	7	4	6	5	1	2	3
3	2	5	8	7	1	4	6	9

3.

2	3	4	5	7	1	6	8	9
8	9	6	2	3	4	7	5	1
1	5	7	6	9	8	3	2	4
3	1	8	7	5	6	4	9	2
5	6	2	3	4	9	8	1	7
7	4	9	1	8	2	5	6	3
6	2	3	8	1	7	9	4	5
4	7	1	9	6	5	2	3	8
9	8	5	4	2	3	1	7	6

4.

5	4	1	6	8	7	3	9	2
3	8	2	4	1	9	5	7	6
9	6	7	3	5	2	1	4	8
8	5	9	2	4	6	7	1	3
4	7	3	8	9	1	6	2	5
1	2	6	5	7	3	4	8	9
7	9	8	1	6	5	2	3	4
2	1	5	9	3	4	8	6	7
6	3	4	7	2	8	9	5	1

5.

8	6	4	2	1	5	3	9	7
7	2	9	4	8	3	5	6	1
3	5	1	6	7	9	2	4	8
5	7	8	9	6	4	1	2	3
9	1	2	3	5	7	6	8	4
4	3	6	8	2	1	7	5	9
6	9	5	7	3	8	4	1	2
2	4	7	1	9	6	8	3	5
1	8	3	5	4	2	9	7	6

6.

9	2	6	7	1	4	5	3	8
5	7	8	9	2	3	6	4	1
1	4	3	6	5	8	2	9	7
3	9	1	2	4	6	7	8	5
7	6	5	8	9	1	3	2	4
4	8	2	5	3	7	9	1	6
8	5	9	4	6	2	1	7	3
6	3	4	1	7	9	8	5	2
2	1	7	3	8	5	4	6	9

7.

5	8	9	2	7	3	1	6	4
4	1	3	5	9	6	7	2	8
7	6	2	8	1	4	5	9	3
1	4	6	9	8	5	3	7	2
9	2	7	3	4	1	6	8	5
8	3	5	6	2	7	4	1	9
2	7	4	1	3	8	9	5	6
3	5	8	7	6	9	2	4	1
6	9	1	4	5	2	8	3	7

8.

9	5	4	3	8	6	2	7	1
2	1	6	5	9	7	8	3	4
3	8	7	2	1	4	6	9	5
7	2	9	8	5	3	1	4	6
1	4	8	9	6	2	7	5	3
5	6	3	7	4	1	9	2	8
6	9	2	4	3	8	5	1	7
8	3	5	1	7	9	4	6	2
4	7	1	6	2	5	3	8	9